



Materials de formació

APLICACIÓ DE LES TECNOLOGIES DE LA INFORMACIÓ A L'ÀREA DE MATEMÀTIQUES

Miquel Martorell i Fullana

Juliol 2003



GOVERN DE LES ILLES BALEARS

Conselleria d'Educació i Cultura
Direcció General d'Ordenació i Innovació

CONVENCIONS

Els símbols utilitzats en aquest text són:



Activitats d'introducció

Activitats completament guiades amb exposició gradual de continguts, que permetin assegurar els continguts mínims de la programació del mòdul de formació.



Reforç

Activitats de consolidació i reforç:

Aquestes activitats presenten una dificultat un poc superior ja que no són tan guiades i permetran un millor domini dels temes estudiats.



Activitats de lliurament obligat

Les activitats que venen marcades per aquesta icona s'hauran d'enviar obligatòriament al tutor/a per tal de poder superar el curs de formació.



Activitats opcionals

Activitats d'ampliació de coneixements que permeti aprofundir en la temàtica tractada. No són obligatòries.



Recomanacions o comentaris

Recomanacions o comentaris que permetran una millor realització de les activitats encomanades



AJUDA

Ajuda

Per algunes activitats, si la seva resolució presenta problemes, es podrà consultar l'ajuda que donarà pistes per facilitar la seva realització.



Recursos addicionals

Per poder ampliar els coneixements, es posa a la disposició dels alumnes una documentació complementària de consulta o d'ampliació.

INDEX

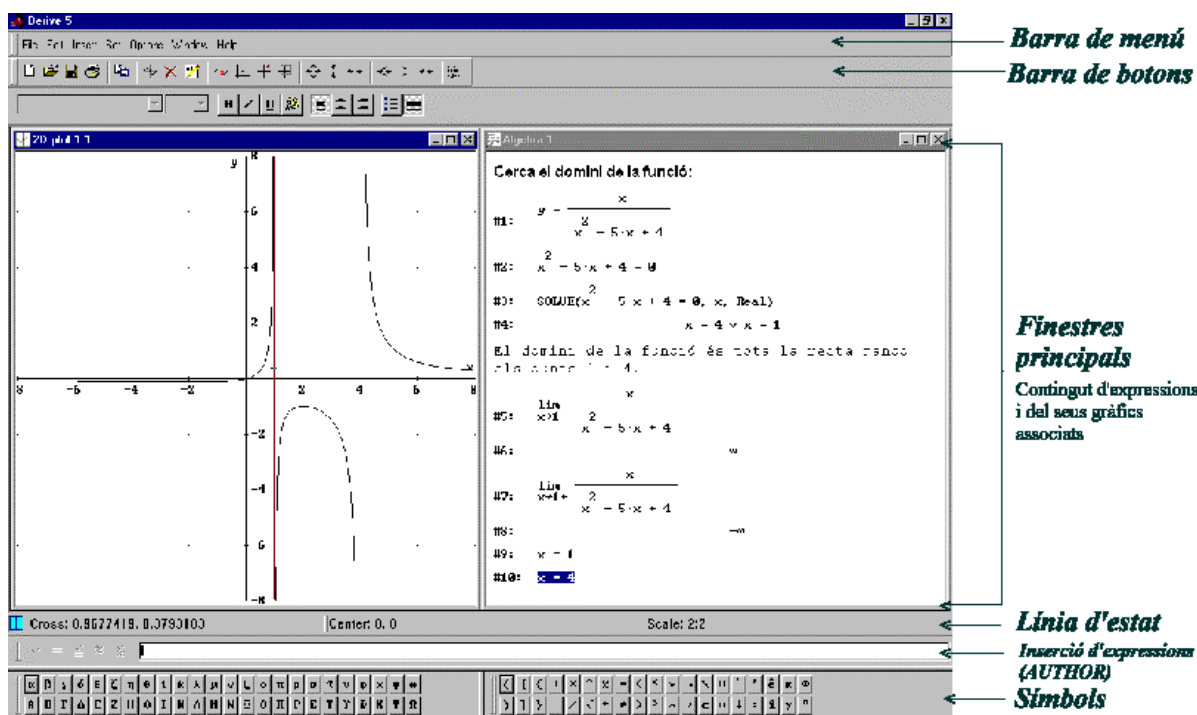
1. DERIVE 5	4
1.1. CÀLCUL D'EXPRESSIONS	4
1.2. ELS POLINOMIS I LES FRACCIONS ALGEBRAIQUES.....	7
1.3. RESOLUCIÓ D'EQUACIONS	10
1.4. ELS NOMBRES COMPLEXOS.....	12
1.5. ELS SISTEMES D'EQUACIONS.....	12
1.6. FUNCIONS I CÒNIQUES	15
1.6.1. Com pots inserir els gràfics que representis a la finestra 2D-plot a la finestra Àlgebra.	15
1.6.2. Funcions disponibles a Derive 5:	17
1.6.3. Una mica d'anàlisi matemàtic	17
1.7. VECTORS I MATRIUS.....	21
2. CABRI II.....	24
2.1. EL CABRI GÉOMÈTRE II	24
2.1.1. Instal·lació.....	24
2.1.2. Pantalla de treball del CABRI.....	25
2.2. PUNTS, RECTES, ANGLES I CIRCUMFERÈNCIES	27
2.3. TRIANGLES I POLÍGONS	31
2.4. ANGLES EN LA CIRCUMFERÈNCIA	34
2.5. CORBES I CÒNIQUES	35
3. FULL DE CÀLCUL.....	38
3.1. GRÀFIQUES DE FUNCIONS	38
3.2. FREQUÈNCIA RELATIVA I PROBABILITAT	41
4. INTERNET I MATEMÀTIQUES.....	48
4.1. LES ADRECES ELECTRÒNIQUES DE LES SOCIETATS DE PROFESSORS DE MATEMÀTIQUES	48
4.2. LA CALCULADORA WIRIS.....	49
4.3. ADRECES INTERESSANTS.....	50
4.4. EL PROJECTE DESCARTES.....	51
5. BIBLIOGRAFIA.....	54

1. DERIVE 5

El programa Derive és una eina matemàtica que ajuda a realitzar càlculs numèrics, simbòlics i gràfics. Requereix les necessitats mínimes de Hardware: un ordinador PC amb 8 Mb de RAM, sistema operatiu Windows 95, 98 or NT. I per a la seva instal·lació, una disquetera CD-ROM i 3Mb d'espai en el disc dur.

Possibilita l'execució d'ordres de molts tipus que permeten realitzar càlculs, gràfics, ... amb gran rapidesa. L'aprofitament d'aquest programa des del punt de vista educatiu sempre dependrà de la metodologia que es faci servir en el procés d'aprenentatge de l'alumnat. Es pot utilitzar com a eina de suport per a comprovar resultats una vegada s'hagin fet els problemes amb llapis i paper. També, es pot utilitzar per resoldre qüestions rutinàries, càlculs llargs i tediosos o amb expressions complicades, per dibuixar i interpretar gràfiques a partir de dades o fórmules, per investigar el que passa si canviem les dades d'un problema, etc. El que és important és reflexionar sobre el que ens diu i interpretar les solucions que ens facilita.

La seva instal·lació és immediata, una vegada s'ha fet clic sobre el fitxer d'instal·lació setup.exe (o, per a la versió d'avaluació del CD-ROM de materials, **derdemo.exe**). L'ergonomia és amigable, amb la pantalla típica i semblant al programari que corre sobre Windows, on hi apareixeran la barra de títols, la barra de menú, la barra de botons, la finestra principal de tasques, la línia d'estat, camp d'inserció d'expressions (AUTHOR) i altres barres opcionals de format si ens interessa tenir-les visibles.



1.1. CÀLCUL D'EXPRESSIONS



1ª activitat d'introducció

Calcula $-2\sqrt{2} + \sqrt{8+5\sqrt{18}}$

Introdueix l'expressió $-2\sqrt{2} + \sqrt{8+5\sqrt{18}}$ en el camp d'inserció d'expressions AUTHOR i prem

<Intro>. (Per aconseguir el símbol $\sqrt{\quad}$ has de pitjar les tecles Ctrl+Q, o fes clic sobre $\sqrt{\quad}$ de la barra de símbols. Per al signe de multiplicar pots emprar el $\cdot$ o $*$).

Apareixerà a la finestra de treball:

#1: $2 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{8} + 5 \cdot \sqrt{18}$

A continuació clica la tecla de simplificació  de la barra de botons o ves-hi a través de la barra de menús SIMPLIFY - (SIMPLIFY - = BASIC) i et donarà el següent resultat:

#2: $15 \cdot \sqrt{2}$

Dóna una aproximació amb 10 xifres significatives.

Per aconseguir una aproximació, activa l'expressió i fes clic sobre .

Si vols canviar el nombre de xifres significatives que té per defecte ves a la barra de menús a DECLARE - OUTPUT SETTINGS i en el camp DIGITS posa-hi 10.

#3: NotationDigits := 10

#4: 21.21320343



2ª activitat d'introducció

Calcula una aproximació a $(\pi + \sqrt{2} - \sqrt{65.2}) \cdot 10^{-15}$ amb 6 xifres significatives.

Per escriure l'expressió al camp d'inserció AUTHOR la seqüència és la següent:

$(\pi + \sqrt{2} - \sqrt{65.2}) \cdot 10^{-15}$ on π és Ctrl+P



3ª activitat d'introducció

Calcula $\frac{\frac{1}{2} + \frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{3} + \frac{5}{7}}{1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}} - \frac{1}{5}}{-3}$

Que correspon a l'expressió $\frac{1/2 + (3/2 - 1/3 + 5/7)/(1 + 1/3 - 1/4) - (1/5)}{(-3)}$ més <Intro>. Llavors fes

clic sobre el botó  si vols la solució racional, o sobre el botó  si vols una aproximació decimal.



4ª activitat d'introducció

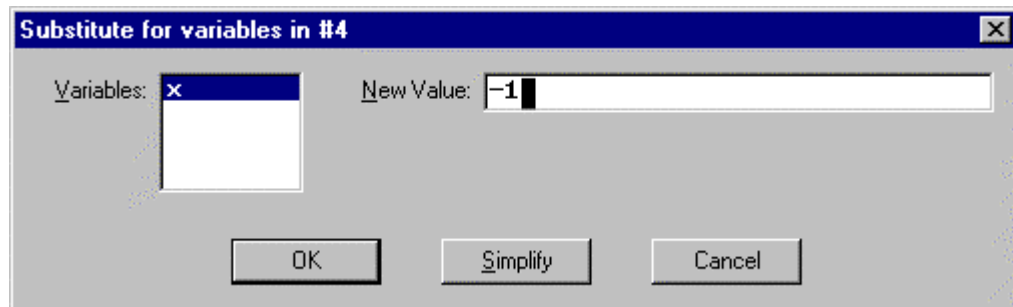
Calcula el valor numèric del polinomi $x^3 - 2x^2 + x - 1$ per a $x = -1$ i $x = 1/2$.

Introdueix $x^3 - 2x^2 + x - 1$ en el camp d'inserció d'expressions AUTHOR i prem <Intro>.

Observa que no fa falta que posis el $*$ (producte) entre el sencer i la variable "x".

Fes clic sobre el botó  de la barra de botons i introdueix -1 en el camp New Value de la variable "x". Llavors fes clic sobre OK per visualitzar la substitució i, a continuació, fes clic

sobre el botó  de la barra de botons. També, pots ser més directe i fer clic sobre el botó <Simplify> de la finestra <Substitute for variables in #nº, però no queda constància del que estàs fent a la finestra de treball.



5ª activitat d'introducció

Descompon en factors primers el nombre 660.

Introdueix 660 en el camp d'inserció d'expressions AUTHOR i pitja INTRO, fes clic sobre l'acció SIMPLIFY - FACTOR de la barra de menú, i llavors fes OK. Apareixerà l'expressió:

#nº: FACTOR(660, Rational)

A continuació, fes clic sobre el botó de simplificar  i mantén activa l'anterior expressió, i obtindràs el resultat:

#(n+1)º: $2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$

Primeres funcions en Derive:

GCD(_,_, ...) Màxim comú divisor. Per exemple, calcula el GCD(2100, 550).

LCM(_,_, ...) Mínim comú múltiple. Per exemple, calcula LCM(360, 550).

NEXT_PRIME(x) cerca el primer nombre primer superior a x.

A poc a poc anirem descobrint la resta de funcions.



6ª activitat d'introducció

Cerca el màxim comú divisor dels nombres 1000 i 1235.

#nº: GCD(1000, 1235)

Fes clic sobre .

#(n+1)º: 5

1.2. ELS POLINOMIS I LES FRACCIONS ALGEBRAIQUES



7ª activitat d'introducció

Descompon en factors primers el polinomis següents:

$$p(x)=x^5+x^4-8x^3-8x^2+16x+16, q(x)=x^3+2x$$

#nº: FACTOR($x^5+x^4-8x^3-8x^2+16x+16$, Rational, x)

#(n+1)º: $(x+1) \cdot (x+2)^2 \cdot (x-2)^2$

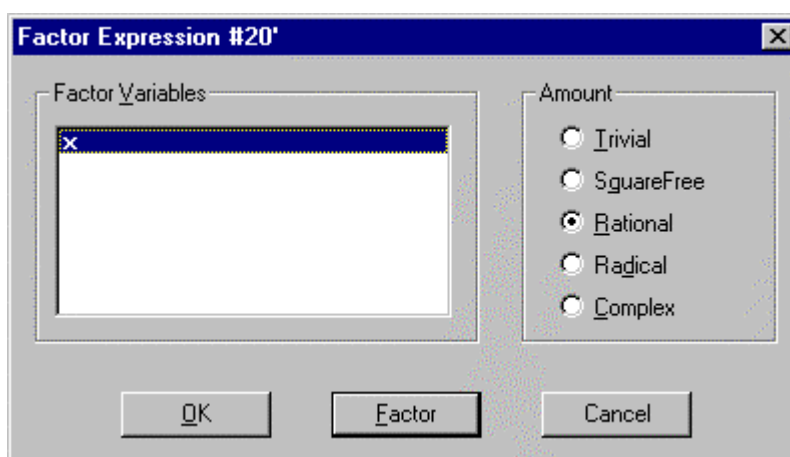
#(n+2)º: FACTOR(x^3+2x , Rational, x)

#(n+3)º: $x \cdot (x^2+2)$

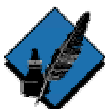
#(n+4)º: FACTOR(x^3+2x , Complex, x)

#(n+5)º: $x \cdot (x+\sqrt{2} \cdot i) \cdot (x-\sqrt{2} \cdot i)$

Observa que el nombre imaginari ve representat pel símbol i amb un angle a sobre. Si el vols escriure has de prémer les tecles Ctrl+i, o també a través de les taules de símbols que figuren a sota del camp d'inserció d'expressions AUTHOR.



Observa que en la finestra de l'acció SIMPLIFY - FACTOR s'ha d'expressar la variable per la qual vols descompondre el polinomi i s'ha d'indicar el tipus d'arrel o zero per a la obtenció dels factor primers. Per defecte, agafa *Rational*.



1 - Activitats opcionals

- Descompon en factors primers d'arrels reals (Radical) els següents polinomis: $p(x)=x^4+1$ i $q(x)=x^2-3$

- Descompon el polinomi $4x^4-48x^2 \cdot y^2+9y^4$

#nº: FACTOR($4x^4-48x^2 \cdot y^2+9y^4$, Rational, x, y)

#(n+1)º: $(2x^2+6x \cdot y-3y^2) \cdot (2x^2-6x \cdot y-3y^2)$



8ª activitat d'introducció

Calcula les expressions $(x^2-1)^2-(1-3x^2)^2$, $(x+y)(x-y)-(x^2-2xy+y^2)$.

Observa que quan intervé més d'una variable els productes " $x^n \cdot y^m$ " han d'anar separats pel signe $\cdot$ o $*$.

Per a realitzar aquests càlculs aplica les accions:

EXPAND($(x^2-1)^2-(1-3x^2)^2$, Rational, x) que s'aconsegueix a través de la barra de menú SIMPLIFY - EXPAND. Dóna el resultat del polinomi de forma desenvolupada.

Aplica-li, també, l'acció FACTOR i compara els resultats.

Fes el mateix amb l'altra expressió algebraica.



1- Activitats de consolidació i reforç

Simplifica la fracció algebraica: $(x^3-27)/(x^2-9)$

Efectua operacions a: $q(x)=1/x+1/x^2+1/x^3$, $r(x)=(2x-1)/(x+1)-3/(x^2-1)-x/(x-1)$



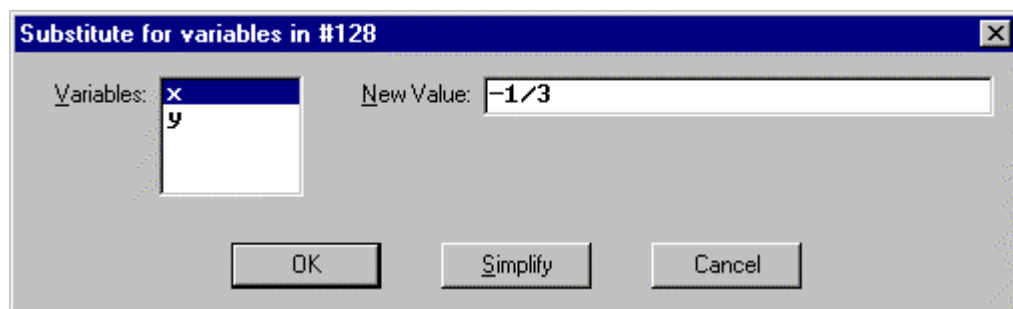
9ª activitat d'introducció

Cerca el valor numèric de l'expressió $\frac{x-y}{x+y} \left(\frac{x^2+y^2}{2 \cdot x \cdot y} + 1 \right) \frac{x \cdot y}{x^2+y^2}$ per a $x=-1/3$ i $y=1/2$.

Introdueix en el camp d'inserció AUTHOR: $(x-y)/(x+y) \cdot ((x^2+y^2)/(2 \cdot x \cdot y) + 1) \cdot ((x \cdot y)/(x^2+y^2))$.

Fes clic sobre el botó  i s'obrirà la finestra *Substitute for variables in #n*: Posa el valor d' x - 1/3 en el camp de New Value, llavors selecciona amb un clic la variable y i, també, posa-hi el valor 1/2 al camp New Value.

Si fas clic sobre el botó OK visualitzaràs les substitucions, llavors fes clic sobre  i obtindràs el resultat. Si fas clic sobre el botó *Simplify* obtindràs el resultat de forma directa.



També, es pot realitzar la substitució de les variables si s'assigna els valors a " x " i a " y " des de la barra d'AUTHOR EXPRESSION, amb la següent anotació:

$x := -1/3$

$y := 1/2$

Llavor fes clic sobre l'expressió on han de ser substituïdes les variables i fes  SIMPLIFY.

Cerca el valor numèric de la següent expressió per a $x = -1/3$ i $y = 1/2$.

$$\#55: \frac{x - y}{x + y} \cdot \left(\frac{x^2 + y^2}{2 \cdot x \cdot y} + 1 \right) \cdot \frac{x \cdot y}{x^2 + y^2}$$

$$\#56: \frac{-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}}{-\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}{2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{2}} + 1 \right) \cdot \frac{\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{2}}{\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$\#57: -\frac{5}{26}$$

També es pot fer definint les variables i aplicant = (Simplify - =Basic) sobre l'expressió.

$$\#58: x := -\frac{1}{3}$$

$$\#59: y := \frac{1}{2}$$

$$\#60: -\frac{5}{26}$$

Es convenient anunciar els problemes i posar anotacions del que estem fent per si llavors ho volem revisar, corregir el procés o facilitar el document a una altre/a company/a. Per fer això,

s'ha de clicar sobre el botó de la barra de botons , o també a la barra de menú AUTHOR - ANOTATION, i s'activarà un camp a continuació de l'expressió matemàtica activa en la finestra de treball on es pot fer el comentari adient.

La barra AUTHOR EXPRESSION la podeu treure si interessa visualitzar més contingut de la finestra de treball. Es pot fer des de la barra de menú WINDOWS - VIEW TOOLBARS, llavors es selecciona *Expression Toolbar*. Des d'aquí també es poden amagar les taules de símbols grecs i matemàtics, ...

Per a activar una altra vegada la barra d'AUTOR basta fer clic sobre el botó  de la barra de botons o anar a la barra de menú AUTHOR - EXPRESSION o, també, amb F2.

IMPORTANT si es vol agilitzar el procés d'introducció de les expressions en el camp AUTHOR: Si es vol copiar una expressió matemàtica o part d'ella, de la finestra de treball al camp AUTHOR - EXPRESSION, s'ha de fer clic sobre l'expressió per activar-la (cal observar que si es fan clics sobre les diverses parts de què consta l'expressió encara es pot afitar més la selecció). Llavors, s'ha de fer clic sobre el camp AUTHOR, clicar amb el botó alternatiu o dret del ratolí i seleccionar Insert Expression. També, es pot fer amb F3.

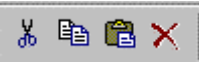


10ª activitat d'introducció

Ara que coneixes una mica més el Derive, fes un recorregut, si és que encara no l'has fet, amb el punter del ratolí per damunt dels botons i les accions de menú, ben segur que te n'adonaràs del seu significat.

Si col·loques el punter del ratolí sobre qualsevol dels botons de la barra de botons et sortirà una etiqueta explicativa de l'acció que realitza. Totes aquestes accions estan incloses a la barra de menú, i es mostren les més immediates i útils a la barra de botons.

Hi ha altres accions que són suficientment conegudes per ser comuns a totes les aplicacions Windows, i que no cal esmentar, que s'utilitzen per posar ordre, arreglar i formatar el document en el qual s'està treballant.

	Serveixen per tallar, copiar, aferrar i eliminar expressions prèviament activades o seleccionades.
	Obrir un document nou o un que ja tenim enregistrat a la finestra de treball. Guardar i imprimir el document de la finestra de treball.



La barra per formatar les anotacions es pot fer visible des de la barra de menú WINDOW - VIEW TOOLBARS - *Formating Toolbar*.



1ª activitat de lliurament obligat

A partir d'ara, guarda les activitats que vagis fent perquè algunes les hauràs d'enviar al tutor. El format del document per defecte és "*.dfw".

Envia un missatge al teu tutor per comunicar-li que has entrat a l'apartat d'activitats obligatòries i per explicar-li com et va.

Per a **desactivar els valors de les variables** de l'anterior activitat cal introduir:

x:=

y:=

1.3. RESOLUCIÓ D'EQUACIONS



11ª activitat d'introducció

Resol les equacions: $6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0$; $\sin(2x) = 1$

#n: SOLVE($6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0, x$) mitjançant el botó  o també, barra de menú SOLVE

- EXPRESSION.

#n: SOLVE(SIN(2x)=1,x) Observa que la funció trigonomètrica SIN(_) va en majúscula.

Analitza les solucions que et dona Derive.



2ª activitat de lliurament obligat

Resol manualment, amb llapis i paper, les equacions següents i compara les solucions que et dona amb les del Derive. Fes els comentaris adients entorn al procés sobre el document electrònic:

$$1 + \frac{1}{x + \frac{1}{x}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}; \quad \sqrt{2x-3} + 1 = x; \quad \sqrt{2x-3} + \sqrt{x+7} = 4 \quad \text{☺☺☺}$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x-4} = 1 \quad \text{perquè dona de resultat false?}$$

$$\sqrt{3 - \sqrt{3 + \sqrt{x - \sqrt{2x-1}}}} = 1; \quad \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+8}} + \frac{\sqrt{x+8}}{\sqrt{x+1}} = \frac{25}{12}; \quad \cos 3x + \cos x = 0$$

$\sin 2x + \sqrt{3} \cdot \cos x = 0$ surt amb Derive?. Prova de resoldre $2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x) + \sqrt{3} \cdot \cos(x) = 0$
 $\cos 2x - \sin 2x + \sin^2 x = 0$ ajuda-li a resoldre-la?

(Ara, prova de resoldre-les amb l'opció *trigonometry:=Expand*)

$e^x = x+1$ Per aconseguir el nombre "e" has de prémer les tecles Ctrl+e o ves a la barra de símbols i escull "e amb un angle a sobre".

#n: SOLVE($e^x = x+1$, x) ho té fotut? ☹

Prova de resoldre-la numèricament amb SOLVE  i afita la solució a l'interval [-10, 10].

#(n+2): NSOLVE($e^x = x+1$, x, -10, 10) ☹

Comprova gràficament que només té una solució.

Introdueix la funció $y = e^x - x - 1$ i fes clic sobre el botó PLOT , s'obrirà una nova finestra, la de dibuix. Fes clic una altra vegada sobre  i es dibuixarà el gràfic. Per visualitzar ambdues finestres, la d'expressions i la del gràfic, ves a WINDOW i activa TILE VERTICALLY.

Fes les anotacions pertinents a ambdós documents - el full de les expressions i el gràfic -

perquè el teu tutor pugui fer el seguiment del procés que has seguit. Les anotacions sobre el gràfic funcionen anàlogament a quan treballem sobre el full d'expressions. També, una vegada anotades les pots arrossegar al lloc adient. 

Si ho consideres adient pots fer ZOOM  per aconseguir una millor visualització de la solució. Comprova amb el cursor sobre el gràfic que la solució és la

$x=0$, la línia d'estat et diu el valor de les coordenades. Pots afinar més la solució mitjançant zooms i la traça  que et permet recórrer la funció. Per centrar la gràfica a l'origen de coordenades o en el lloc on està situat el cursor gràfic (+ o ) utilitza els botons  .

Guarda el full de treball d'expressions amb el nom "activi2.dfw" (format DFW) i el gràfic amb el nom "grafic2.jpg" (format JPG) i envia-los al tutor (dos fitxers) en un paquet ZIP "activi2.zip". A la propera activitat, els gràfics els hauràs d'incorporar al document "*.dfw". El format JPG és adequat per incorporar els gràfics a altres documents de text o HTML.

1.4. ELS NOMBRES COMPLEXOS



2- Activitats de consolidació i reforç

Resol les equacions següents; si no és possible de la forma algebraica fes-ho numèricament :

$\sin x + \cos x = 0$; (cerca una solució numèrica a l'interval $[5.5, 10]$).

$\sin(\pi-x) - \cos(3\pi/2-x) - \cos(\sqrt{2}\cdot\pi) = 0$; representa-la gràficament i podràs observar els punts de tall, les arrels o zeros, llavors calcula-les numèricament.

$\frac{z}{2i} + \frac{z+1}{4-2i} = 3$; $z \in \mathbb{C}$ (Cos complex, la "i", també, porta un angle a sobre, s'aconsegueix mitjançant Ctrl+i o els pots obtenir de la taula de símbols).

$x^2+3x+7=0$; $x^2+x+4=0$ (solucions en el pla complex).

Efectua els següents càlculs: $\frac{1+i}{2-i} + \frac{-3-i}{1+3i}$; $(-1+i)^6$;

Calcula el mòdul i l'argument dels anteriors complexos.

Funcions: ABS(_) dona el mòdul i PHASE(_) dona l'argument.

L'argument per defecte vindrà expressat en radians, per expressar-lo en graus vés a **DECLARE - SIMPLIFICATION SETTINGS - Angular unit**.

Calcula el valor d'"a" i "b" reals perquè es verifiqui $a-3i=(2+bi)/(5-3i)$.

Defineix els complexos $z_1=3_{35^\circ}$ i $z_2=2_{150^\circ}$. Calcula $z_1 \cdot z_2$ i $\sqrt[3]{z_2}$. (Per fer les operacions utilitza la forma trigonomètrica).

1.5. ELS SISTEMES D'EQUACIONS



12ª activitat d'introducció

Resol els següents sistemes d'equacions i representa-los gràficament:

$5x+y=20$, $3x+2y=19$;

$(x+y)/4 + (x-y)/2 = 3$, $(12x-7y)/13 = 3$;

$x+y=2$, $x+y=5$;

$2x+y=8$, $x^2-y^2=5$;

Resol per substitució el següent sistema d'equacions i representa'l gràficament:

$$x^2 + y^2 = 34, xy = 15;$$

Aïlla "y" de l'equació $xy=15$: #nº: SOLVE($x \cdot y=15$, y)

Si tens activada la primera equació substitueix $y=15/x$, SUB . #nº: $x^2 + (15/x)^2 = 34$.

Lavors resol l'equació i obtindràs dos valors d'"x", i per substitució dos valors "y".

Resol els següents sistemes: (Barra de menú SOLVE – SYSTEM)

i comprova gràficament les solucions:

#83: $5 \cdot x + y = 20$

#84: $3 \cdot x + 2 \cdot y = 19$

#85: SOLVE($[3 \cdot x + 2 \cdot y = 19, 5 \cdot x + y = 20]$, $[x, y]$)

#86:

$[x = 3 \wedge y = 5]$

COMPATIBLE DETERMINAT

#87: SOLVE($\left[\frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{2} = 3, \frac{12 \cdot x - 7 \cdot y}{13} = 3 \right]$, $[x, y]$)

#88:

$[x = 5 \wedge y = 3]$

COMPATIBLE DETERMINAT

#89: SOLVE($[x + y = 2, x + y = 5]$, $[x, y]$)

#90:

$[]$

INCOMPATIBLE (no té solució)

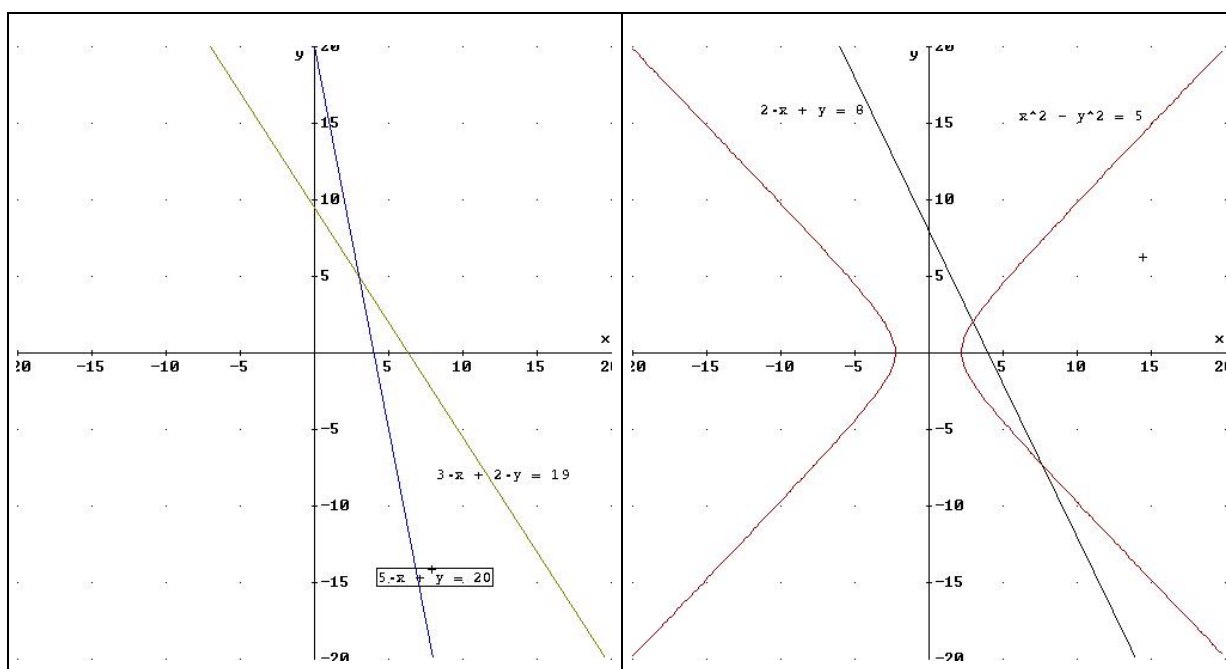
#91: SOLVE($[2 \cdot x + y = 8, \frac{x^2}{x} - \frac{y^2}{y} = 5]$, $[x, y]$)

Dos parells de solucions, talls d'una hipèrbola i una recta.

#92:

$\left[x = 3 \wedge y = 2, x = \frac{23}{3} \wedge y = -\frac{22}{3} \right]$

Comprova les solucions gràficament amb el cursor i fes la lectura de les coordenades a la línia d'estat (Utilitza la traça de la funció – Trace Plots)



Resol aquest darrer sistema per substitució:

#95: $x^2 + y^2 = 34$

#96: $x \cdot y = 15$

#97: $\text{SOLVE}(x \cdot y = 15, y)$

#98: $y = \frac{15}{x}$

#99: $x^2 + \left(\frac{15}{x}\right)^2 = 34$

#100: $\text{SOLVE}\left(x^2 + \left(\frac{15}{x}\right)^2 = 34, x\right)$

#101: $x = -5 \vee x = 5 \vee x = -3 \vee x = 3$

#102: $y = \frac{15}{-5}$

#103: $y = -3$

#104: $y = \frac{15}{5}$

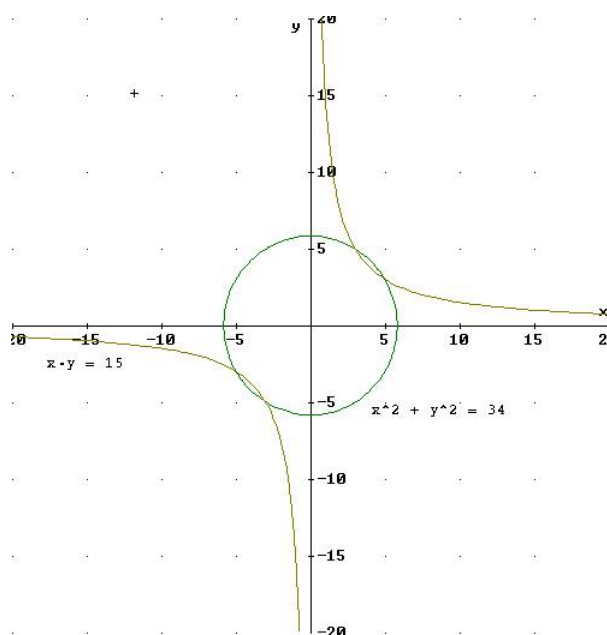
#105: $y = 3$

#106: $y = \frac{15}{-3}$

#107: $y = -5$

#108: $y = \frac{15}{3}$

#109: $y = 5$





3- Activitats de consolidació i reforç

Es reparteixen 240 pta. entre diversos al·lots; se sap que si fossin 3 al·lots més els tocarien 4 pta. manco a cadascun. Quants d'al·lots són els que se reparteixen els diners.

Resol els següents sistemes:

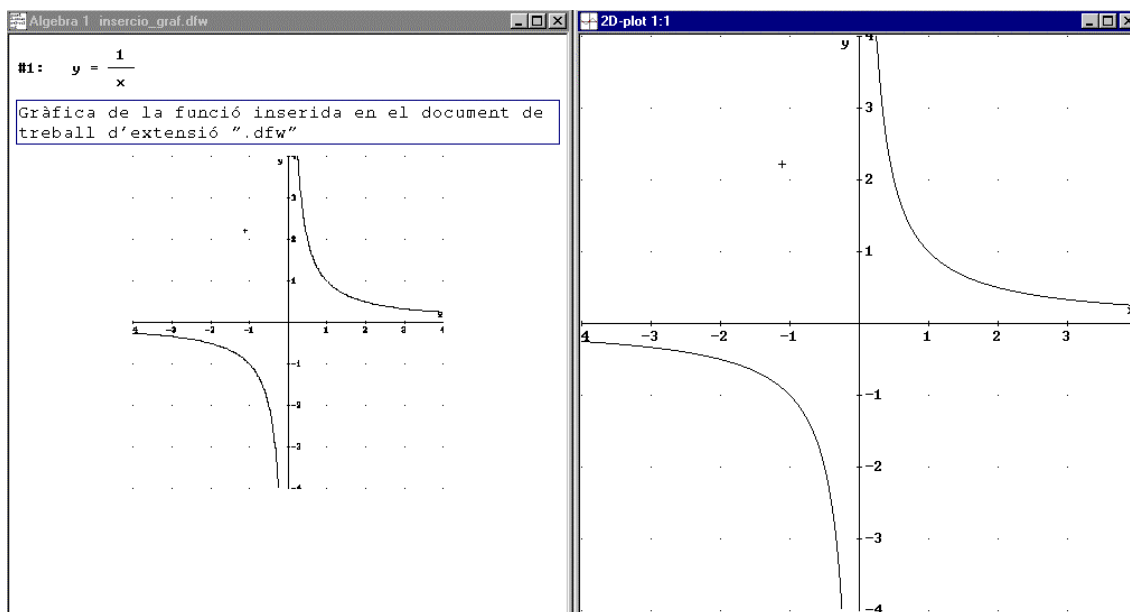
$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 7, xy = 144;$$

$$2x - y + 3z = 3, x + z = 1, 4x - y + 5z = 5; \text{ SOLVE - SYSTEM amb tres equacions.}$$

$$x + y - 4z = 1, 3x - 3y + z = 7; \text{ Fes-ho per substitució.}$$

1.6. FUNCIONS I CÒNIQUES

1.6.1. COM POTS INSERIR ELS GRÀFICS QUE REPRESENTIS A LA FINESTRA 2D-PLOT A LA FINESTRA ÀLGEBRA.



Una vegada tinguis representada la funció a la finestra **2d-plot**, prem el botó de *Copy* (o també, selecciona del menú *Edit*, l'opció *Copy Plot Window*, Ctrl-C). Activa la finestra d'**Algebra**, i fes *Paste* (aferrar). Llavors, ajusta la grandària del gràfic, movent els vèrtex de la imatge gràfica. Utilitza aquesta tècnica per a la següent activitat.



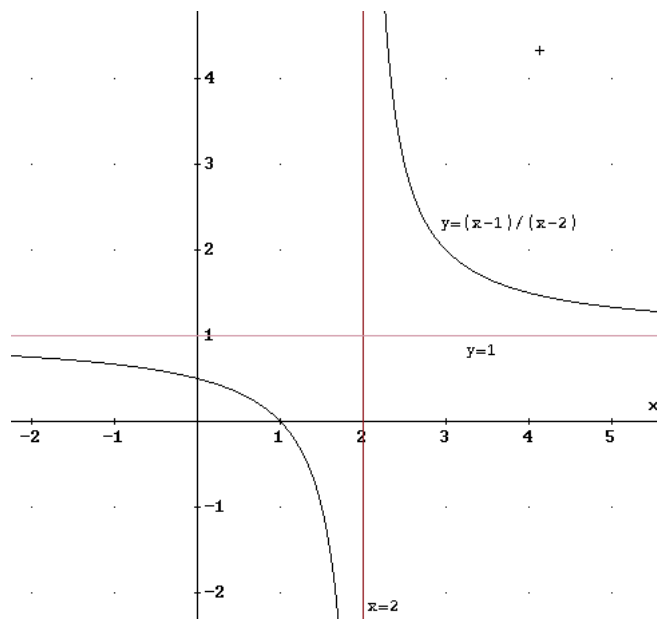
3ª activitat de lliurament obligat

Dissenya una seqüència d'activats amb *DERIVE* que ajudi a entendre a l'alumnat de secundària que a partir de representacions gràfiques de funcions tan bàsiques com $y=x$, $y=-x$, $y=x+b$, $y=ax$, $y=ax+b$, $y=x^2$, $y=x^2+c$, $y=(x-k)^2$, $y=ax^2$, $y=a(x-k)^2+c$, $y=1/x$, $y=1/x + c$, $y=1/(x-k)$, $y=a/(x-k)$, $y=1/x^2$, $y=x^3$, $y=1/x^3$, ... es pot arribar a intuir i/o dibuixar les de funcions més complexes, com per exemple les de $y=5/(x-3)$, $y=(x+1)/x$, $y=(x-2)/(x+5)$, $y=5/(x-1)^2$, $y=(x^3+1)/x^3$,

...

Per exemple, $y=(x-1)/(x-2)$ es pot descompondre en $y=1/(x-2) + 2$. Això és, dues translacions de la funció $y=1/x$ - una vertical $y=1$ i l'altra horitzontal $x=2$ -. Per tant, en primer lloc hauràs d'estudiar la funció $y=1/x$, i les seves translacions $y=1/x + a$, $y=1/(x-b)$, $y=1/(x-b) + a$. Per a llavors, arribar a funcions més complexes $y=(x+a)/(x+b)$.

Nota: També, pots utilitzar la comanda *VECTOR* (*f(x)*, *variable*, *valor inicial*, *valor final*) per a representar més d'un gràfic. Per exemple, *VECTOR(a·x, a, -2, 2)* representa les funcions $[-2·x, -x, 0, x, 2·x]$



1.6.2. FUNCIONS DISPONIBLES A DERIVE 5:

Ja s'han esmentat unes quantes funcions, a continuació hi ha una relació de les més utilitzades a l'Anàlisi Matemàtic. Si en voleu més podeu recórrer a l'ajuda del Derive.

Funció	Definició	Funció	Definició
SQRT(x)	$\sqrt{x}$	LN(x)	Logaritme neperià d'x
ABS(x)	Valor absolut d'x	LOG(x,a)	Logaritme d'x en base a
SIGN(x)	Retorna -1 si $x < 0$. Retorna 1 si $x > 0$	SIN(x)	Sinus d'x
FLOOR(x)	ENT(x)=[x] part entera d'x	COS(x)	Cosinus d'x
MOD(x, y)	Mòdul d'un quocient.	TAN(x)	Tangent d'x
MOD(x)	Part decimal x. $MOD(x) = FLOOR(x) - x $		
EXP(x)	e^x	COT(x)	Cotangent d'x
SEC(x)	Secant d'x	ATAN(x)	Arc tangent d'x
CSC(x)	Cosecant d'x	ACOT(x)	Arc cotangent d'x
ASIN(x)	Arc sinus d'x	ACOS(x)	Arc cosinus d'x

Les funcions estadístiques es poden consultar a l'ajuda del Derive.

1.6.3. UNA MICA D'ANÀLISI MATEMÀTIC



13ª activitat d'introducció

Comprova que la funció $y=(x-1)/(x-2)$ que acabam de representar anteriorment té dues asímptotes, fent ús del concepte de límit. Fes clic sobre **lim**, et sortirà una finestra *Calculus Limit #nº*: amb el camps *Variable*, *Límit* i per seleccionar si els vols per la dreta, per l'esquerra o per ambdues.

#1: $y = \frac{x - 1}{x - 2}$

Comprova que té una asymptota vertical a $x=2$

#2: $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x - 1}{x - 2}$

#3: $-\infty$

#4: $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 1}{x - 2}$

#5: ∞

Comprova que té una asymptota horitzontal a $y=1$

#6: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 1}{x - 2}$

#7: 1

#8: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 1}{x - 2}$

#9: 1



14ª activitat d'introducció

Comprova que $y=e^x-x-1$ té un mínim a l'origen de coordenades

Representa-la gràficament i comprova que efectivament passa pel punt $O(0,0)$

#21: $y = e^x - x - 1$

#22: $e^x - x - 1$

Comprova que el punt $O(0,0)$ és un mínim de la funció.

#23: $\frac{d}{dx} (e^x - x - 1)$

#24: $e^x - 1$

#25: $e^0 - 1$

#26: 0

#27: $\frac{d}{dx} (e^x - 1)$

#28: e^x

#29: e^0

#30: 1



15ª activitat d'introducció

- Calcula els extrems i els punt d'inflexió de la funció $y = \frac{x^3}{3(x+1)}$.

Defineix la funció $F(x) := x^3/(3(x+1))$ i aplica la derivada adient $\frac{d}{dx}$. També, hauràs d'utilitzar l'acció SOLVE per a resoldre les equacions pertinents.

- Representa gràficament la funció $y = \frac{1}{4-x^2}$ i calcula l'àrea compresa per aquesta i les rectes $y=2$, $x=1$ i $x=-1$.

#31: $y = \frac{x^3}{3 \cdot (x + 1)}$ #32: $F(x) := \frac{x^3}{3 \cdot (x + 1)}$ #33: $\frac{d}{dx} F(x)$ #34: $\frac{x^2 \cdot (2 \cdot x + 3)}{3 \cdot (x + 1)^2}$ #35: $\frac{x^2 \cdot (2 \cdot x + 3)}{3 \cdot (x + 1)^2} = 0$ #36: $\text{SOLVE} \left(\frac{x^2 \cdot (2 \cdot x + 3)}{3 \cdot (x + 1)^2} = 0, x, \text{Real} \right)$ #37: $x = -\frac{3}{2} \vee x = 0$ #38: $\left(\frac{d}{dx} \right)^2 F(x)$ #39: $\frac{2 \cdot x \cdot (x^2 + 3 \cdot x + 3)}{3 \cdot (x + 1)^3}$	#40: $\frac{2 \cdot \left(-\frac{3}{2} \right) \cdot \left(\left(-\frac{3}{2} \right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{3}{2} \right) + 3 \right)}{3 \cdot \left(-\frac{3}{2} + 1 \right)^3}$ #41: 6 #42: $F\left(-\frac{3}{2}\right)$ #43: $\frac{9}{4}$ Mínim a $A(-3/2, 9/4)$ #44: $F(0)$ #45: 0 Possible punt d'inflexió. #46: $\left(\frac{d}{dx} \right)^3 F(x)$ #47: $\frac{2}{(x + 1)^4}$ #48: $\frac{2}{(0 + 1)^4}$ #49: 2 #50: $F(0)$ #51: 0 Punt d'inflexió a $O(0, 0)$
---	--



Reforç

4- Activitats de consolidació i reforç

- Cerca els extrems i els punts d'inflexió de les funcions $y=x^3 \cdot \sin 1/x$ i $y=x/\ln x$.

Representa-les per comprovar les teves respostes.

- Amb un paper cartró de 15 cm x 20 cm, volem fer una capsa sense tapa, per a la qual cosa li llevam un quadrat de cadascun dels seus quatre cantons. Quant ha de mesurar el costat del quadrat perquè la capsa tingui la màxima capacitat possible?

La funció $f(x)$ que defineixis aplica-la a una taula de valors $X=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ mitjançant la funció $\text{VECTOR}(f(x), x, 0, 8, 1)$. Cerca a l'ajuda del Derive el significat dels arguments d'aquesta funció. Dibuixa la gràfica ajustant els eixos a les dades tractades. Afina més la taula de valors a un entorn del valor màxim. Dóna una aproximació del resultat

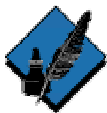
mitjançant la TRAÇA . Cerca el màxim emprant el concepte de derivada.

- Representa gràficament les següents parelles de funcions:

$$y=e^x, y=\ln x$$

$$y=\tan x, y=\arctan x$$

Comprova amb el DERIVE que són inverses i que són simètriques respecte de la recta $y=x$.



2- Activitats opcionals

- Estudia la continuïtat i derivabilitat de les funcions:

$$f(x)=1/(1+|x|) \text{ i } g(x)=\{1/x \text{ si } x<1, 2x-1 \text{ si } x\leq 1\}.$$

Per a definir $g(x)$ has d'utilitzar l'anotació $g(x):=IF(x<1, 1/x, 2x-1)$.

- *Estudia la continuïtat de la funció $h(x)=x^2-2|x|+2$.*

- *Calcula els extrems, punt d'inflexió, intervals de creixement, decreixement, concavitat i convexitat de la funció $y=x^3/(1-x^2)$.*

- *Calcula les següents integrals: $\int_0^e \frac{\ln^2 x}{x} \cdot dx$; $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$*

- *Cerca l'àrea limitada per les corbes $y=x^2/2$ i $y^2=2x$.*

- *Cerca el volum del cos generat per la corba $y=\sqrt{x}$ en girar entorn a l'eix OY entre $y=0$ i $y=2$.*

- *Representa gràficament les següents còniques:*

$$x^2-y^2=1; x^2/4+y^2=1; y^2=4x; y=x^2; x^2/4+y^2/4=1; x^2+y^2-6x-16=0$$

Cerca els seus principals elements: Asímptotes, vèrtex, distància focal, radi, focus, rectes directrius, centre, excentricitat, etc.

- *Quina és la posició relativa de les següents circumferències:*

$$x^2+y^2-6x-4y+9=0; x^2+y^2-6x+2x+9=0.$$

Fes un raonament analític i gràfic.

- *Calcula la distància del punt $P(2, -1)$ a la recta $2x-5y-10=0$.*

- *Cerca l'equació de la bisectriu de les rectes: $4x+3y-5=0$ i $3x+4y-2=0$*

- *Representa en coordenades polars:*

la carticoide $r=2(1+\cos t)$ i la rosa de quatre pètals $r=|\sin 2t|$.

Per a representar-ho has de tenir l'opció gràfica en coordenades polars activa; per tant, des de PLOT, selecciona SET - COORDINATE SYSTEM - Set 2D polar Coordinate System - Polar

1.7. VECTORS I MATRIUS

Per introduir un vector amb Derive ho podem fer amb VECTOR  i MATRIX . O també, directament a l'editor d'expressions AUTHOR:

$\vec{v}=(v_1, v_2, v_3)$ és $\mathbf{v}:=[v_1, v_2, v_3]$

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \text{ és } \mathbf{A}:=[[a_{11} \ a_{12} \ a_{13}], [a_{21} \ a_{22} \ a_{23}], [a_{31} \ a_{32} \ a_{33}]]$$

Sumar matrius $n \times m$, solament cal definir-les i fer $\mathbf{A}+\mathbf{B}$.

Multiplicar matrius: $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ o $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ (ull amb les dimensions de les matrius).

Multiplicar per un escalar $k \in \mathbb{R}$, $k \cdot \mathbf{A}$.

Traspota d' $\mathbf{A}$: $\mathbf{A}'$ (accent adjunt a la tecla P).

Determinant d' $\mathbf{A}$: $\text{DET}(\mathbf{A})$.

Inversa d' $\mathbf{A}$: $\mathbf{A}^{-1}$.

$\mathbf{I}:=\text{IDENTITY_MATRIX}(3)$ significa $\mathbf{I}:=[[1, 0, 0], [0, 1, 0], [0, 0, 1]]$

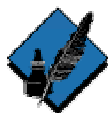
ROW_REDUCE(**A**) proporciona una matriu en forma escalonada per treballar el mètode de Gauss.

PIVOT(**A**, i, j) dóna la matriu equivalent per files a **A** amb zeros per davall de la posició (i, j).

SWAP_ELEMENTS(**A**, i, j) intercanvia les files "i" i "j" en la matriu **A**.

Quan s'obté un element com a resultat d'una operació no cal renomenar-lo, basta referenciar-lo mitjançant #nº dintre de la funció, per exemple PIVOT(#nº26, 2, 2). O també, tenir l'element actiu i amb el botó dret del ratolí sobre el camp AUTHOR, copiar-lo.

La funció SUB amb anotació $\hat{}$ es pot utilitzar de moltes maneres, per tant, és convenient que es miri l'index de l'ajuda.



3- Activitats opcionals

Per treballar aquestes activitats has de definir les variables d'entrada en mode *paraula* i mode *sensitiu* per diferenciar les majúscules de les minúscules. Per tant, ves a DECLARE - INPUT SETTINGS - *Input mode (Word)* i *Case Sensitivity (Sensitive)*.

- Calcula el determinat de la matriu $A := [[a, 1, 1, 1], [1, a, 1, 1], [1, 1, a, 1], [1, 1, 1, a]]$.
- Calcula la inversa de la matriu $A := [[1, 0, -1], [0, 2, 3], [1, -1, 1]]$.
- Analitza el sistema $ax+y+z=1$, $x+ay+z=1$, $x+y+az=1$ segons els valors d'"a"

<pre>#1: CaseMode := Sensitive #2: InputMode := Word Estudia el rang de la matriu A segons el valor d'"a" #3: A := [[a 1 1 1] [1 a 1 1] [1 1 a 1] [1 1 1 a]] #4: DET(A) #5: a^4 - 6*a^2 + 8*a - 3 #6: FACTOR(a^4 - 6*a^2 + 8*a - 3, Rational, a) #7: (a + 3) * (a - 1)^3</pre>	Calcula la inversa de la matriu següent: <pre>#8: A := [[1 0 -1] [0 2 3] [1 -1 1]] #9: A := [[1 0 -1] [0 2 3] [1 -1 1]] #10: DET(A) #11: A^-1 #12: [[5/7 1/7 2/7] [3/7 2/7 -3/7] [-2/7 1/7 2/7]] #13:</pre>
---	---

O també: <pre>#14: H := ROW_REDUCE(A, IDENTITY_MATRIX(3)) #15: [[1 0 0 5/7 1/7 2/7] [0 1 0 3/7 2/7 -3/7] [0 0 1 -2/7 1/7 2/7]] Matriu inversa: #16: B := [H' 4' H' 5' H' 6'] #17: [[5/7 1/7 2/7] [3/7 2/7 -3/7] [-2/7 1/7 2/7]]</pre>	Analitza el següent sistema segons els valors d'"a" <pre>#20: A := [[a 1 1] [1 a 1] [1 1 a]] #21: B := [x] [y] [z] #22: C := [1] [1] [1] #23: A * B = C #24: [[a*x + y + z = 1] [x + a*y + z = 1] [x + y + a*z = 1]] #25: PIVOT(A, 1, 1) #26: [[a 1 1] [0 a - 1/a 1 - 1/a] [0 1 - 1/a a - 1/a]]</pre>
--	--

#27: PIVOT $\left[\begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & a - \frac{1}{a} & 1 - \frac{1}{a} \\ 0 & 1 - \frac{1}{a} & a - \frac{1}{a} \end{bmatrix}, 2, 2 \right]$ #28: $\begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & a - \frac{1}{a} & 1 - \frac{1}{a} \\ 0 & 0 & \frac{a^2 + a - 2}{a + 1} \end{bmatrix}$ #29: $\frac{a^2 + a - 2}{a + 1} = 0$ #30: SOLVE $\left[\frac{a^2 + a - 2}{a + 1} = 0, a, \text{Real} \right]$ #31: $a = -2 \vee a = 1$	A partir dels valors "a" podem establir tres casos: 1er. Cas per $a = 1$. 2º. Cas per $a = -2$. 3er. Cas per $a < 1$ i $a > -2$. La seva resolució es deixa per al lector.
---	---

2. CABRI II

2.1. EL CABRI GÉOMÈTRE II

La geometria és una de les parts més rellevants que es tracta en el currículum de l'etapa de l'educació secundària. Etapa en la qual s'han de desenvolupar les capacitats de passar de la repetició a la llei, és a dir, anar més allà dels casos observats, la generalització, la qual cosa és indispensable per entrar en l'abstracció.

La introducció del Cabri, a les classes de matemàtiques, permet a l'alumnat descriure construccions geomètriques mitjançant accions amb un llenguatge molt proper al que s'utilitza amb els estris de dibuix que ells ja coneixen - regla, compàs, esquadra, cartabò, etc. - . Les construccions, un cop creades, les poden modificar amb la intervenció sobre els seus elements bàsics. Els poden desplaçar i hi poden observar si conserven les propietats que tenen associades. Això permet la realització senzilla de molts d'experiments i la demostració de teoremes geomètrics.

El programari CABRI fou desenvolupat a l'Institut d'Informatique et Mathématiques Appliquées de Grenoble (IMAG) en col·laboració amb el Center National de la Recherche Scientifique i Texas Instruments.

La versió DOS es pot executar sobre ordinadors 386, 486 i Pentium. Necessita d'adaptador VGA o SVGA, 6 Mb. de RAM, 2 Mb. d'espai lliure a l'ordinador i de ratolí. La versió de DOS i de Windows pràcticament coincideixen.

2.1.1. INSTAL·LACIÓ

Al CD-ROM de materials del curs hi ha una versió de demostració (en francès i amb algunes opcions desactivades). Per instal·lar-la s'ha de fer clic a l'enllaç "Programari" i descomprimir en una carpeta del disc dur l'arxiu **wcabrifr.exe**. Després, a la carpeta on s'hagi descomprimit, fes clic sobre l'arxiu **Install.exe** i s'engegarà el procés d'instal·lació.

Per a més detalls:

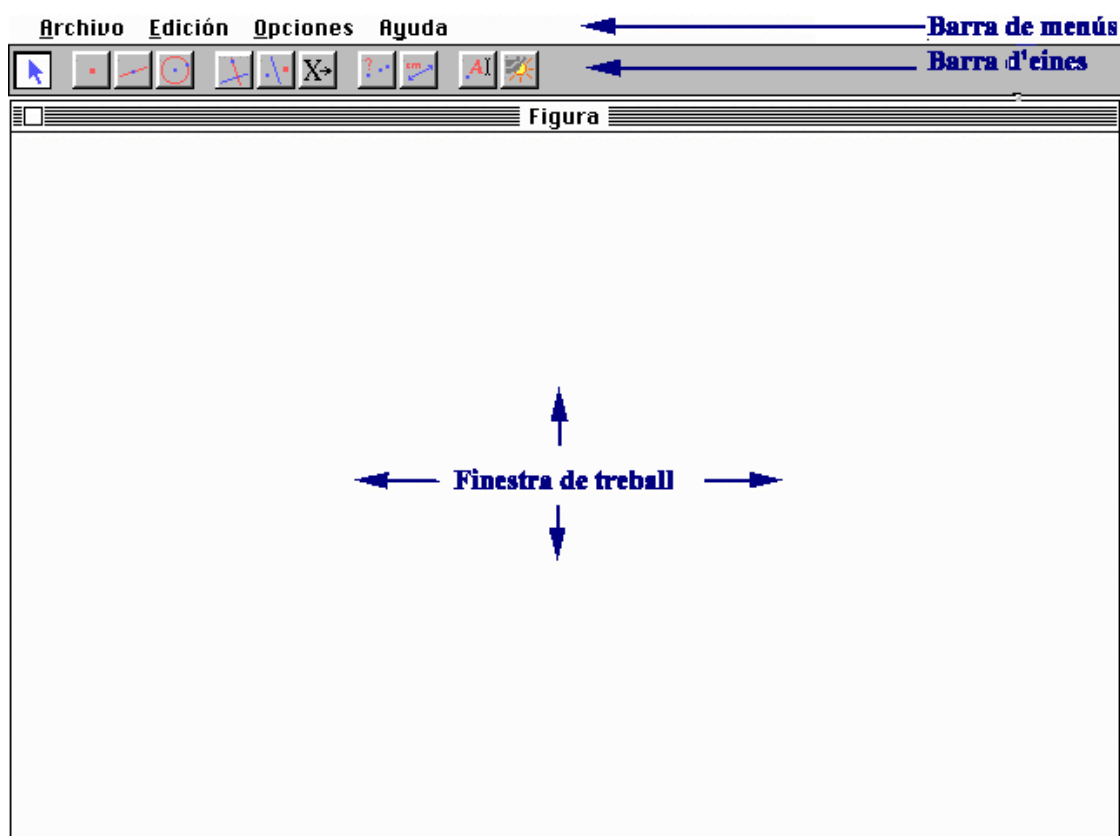
La carpeta del programari Cabri-Géomètre en el CD-ROM és:

D:\Programari\wcabrifr.exe

El fitxer **wcabrifr.exe** conté dos fitxers **Install.exe** i **Install.w02**, s'ha de descomprimir en una carpeta, fent-hi dos clics sobre ell.

Si feu dos clics més sobre **Install.exe** i es procedirà a la seva instal·lació definitiva.

2.1.2. PANTALLA DE TREBALL DEL CABRI.



La utilització d'aquest programari és molt senzill i amigable. Ergonomia i tècnica d'utilització està dintre el marc de la tipologia Windows, per tant, no pot oferir cap problema als usuaris d'aquest entorn. Es limita a la pantalla de treball per la qual ens podem moure de forma intuïtiva i descobrir els resultats de les accions sobre els objectes geomètrics.

Amb la realització de les activitats dissenyades en aquest capítol el lector podrà assolir un bon nivell de domini d'aquest programari.

La barra de menú

A la barra de menú podeu trobar les accions comunes a tot programari que s'utilitza sota Windows, i que no cal explicar als usuaris d'aquest entorn. Si bé s'han d'esmentar algunes accions interessants i que convé conèixer perquè són més pròpies d'aquest programari:

EDICIÓ - REVISAR CONSTRUCCIÓ que permet revisar pas a pas la construcció de la finestra de treball mitjançant les tecles de dreta i esquerra.

EDICIÓ - REGENERAR DIBUIX que torna dibuixar tots els objectes d'una construcció.

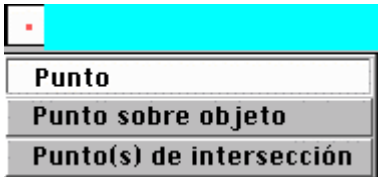
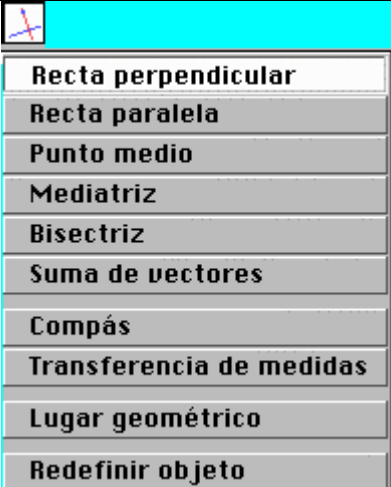
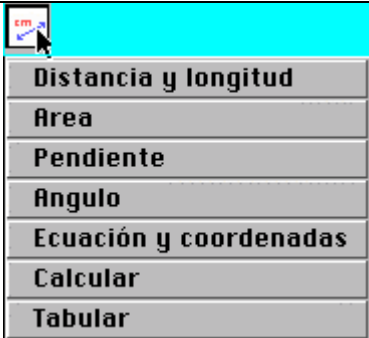
OPCIONES - PREFERÈNCIES des d'on podem establir els valors per defecte que utilitzarem en el traçat de les construccions (mesures, expressió de coordenades, equacions, traçat de llocs geomètrics, etc.).

OPCIONES - CONFIGURACIÓ D'EINES per adequar el CABRI a les diferents activitats.

La barra d'eines o de botons



Si col·loques el punter sobre un d'aquests botons i mantens pitjat el botó esquerre del ratolí un cert temps es desplegarà un menú diferent per a cada botó amb les següents accions.

		
 BOTÓ PUNTER: Per seleccionar o moure objectes geomètrics.	 BOTÓ PUNTS: Per crear punts	 BOTÓ RECTES: Per traçar línies, segments, polígons, ...
 BOTÓ CORBES: Per traçar corbes,...	 BOTÓ CONSTRUIR: Per construir a partir d'altres objectes geomètrics.	 BOTÓ TRANSFORMAR: Per transformar objectes geomètrics.
 BOTÓ MACROS: Per automatitzar construccions.	 BOTÓ COMPROVAR: Per comprovar propietats.	 BOTÓ MESURAR: Per mesurar objectes geomètrics.

- Etiqueta - Comentarios - Edición numérica - Marca de ángulo - Fijar / Liberar - Traza activada/desactivada - Animación - Animación múltiple	- Ocultar/Mostrar - Color - Rellenar - Grosor - Punteado - Modificar apariencia - Mostrar ejes - Nuevo ejes - Definir cuadrícula	
BOTÓ VEURE: Per visualitzar, etiquetar, comentar, ... una construcció. BOTÓ DIBUIX: Per modificar l'aparença de la construcció.		

2.2. PUNTS, RECTES, ANGLES I CIRCUMFERÈNCIES.



1ª activitat d'introducció

Explora la barra de menú i la barra d'eines. Comprova que es despleguen els menús de cadascun dels botons

- Col·loca una recta "r" sobre la finestra de treball.

Per tant fes clic sobre el botó RECTA , el qual queda activat. Desplaça el punter del ratolí a la finestra de treball i observa que adopta la forma d'un llapis. Fes clic en alguna posició i veuràs que hi dibuixa un punt i una recta que hi passa per sobre. Mou el ratolí per establir el seu pendent i fes clic per fixar-la.

- Situa un punt "A" sobre la finestra de treball i que no estigui sobre la recta "r". Fes passar per "A" una paral·lela a "r".

Fes clic sobre el botó PUNTS , mou el cursor a la finestra de treball que no sigui a sobre de la recta "r", clica i veuràs que has situat el primer punt. Observa que mentre tens activat un botó pots continuar creant nous objectes o realitzar noves accions.

A continuació, fes un clic permanent sobre el botó CONSTRUIR , es desplegarà el menú i activa l'acció PARAL·LELA . Ara, mou el punter sobre la recta "r", apareixerà una etiqueta que diu *paral·lela a aquesta recta*, valida-ho fent clic i finalment, mou el punter sobre el punt "A" pel qual vols que passi. Apareixerà l'etiqueta *per aquest punt*; també ho has de validar fent clic sobre el punt.

Anomena la recta creada, vés a la barra d'eines i fes clic sobre el botó ETIQUETA . Mou el ratolí sobre la recta creada, observa que canvia la forma del punter, clica-hi sobre i s'activarà un camp de text on pots escriure "r". Fes clic fora per validar el nom. Anomena el punt "A" seguint el mateix procés.

Crea una carpeta per enregistrar les construccions anomenada "pràctiques Cabri" . Guarda-hi

la teva primera construcció amb el nom "activitat1.fig" (**Alerta:** a la versió de demostració, l'opció d'enregistrar construccions està desactivada). L'extensió del fitxer "*.fig" no cal que la posis, el programa ho fa automàticament. Prova de sortir de la construcció i entrar una altra vegada per veure si la pots tornar a visualitzar.

Experimenta amb aquesta construcció. Activa el botó PUNTER , situa't sobre un dels objectes creats (el punt "A", la recta "r"), observa que el cursor canvia d'aspecte i es transforma amb una mà tancada amb l'index estirat; clica i arrossega l'objecte prement permanentment sobre el botó esquerre del ratolí, veuràs que la construcció es mou i que els objectes conserven les seves propietats - en aquest cas la de paral·lelisme-.

El punt "A" i la recta "r" direm que són els **objectes genèrics** de la construcció, la paral·lela és un **objecte derivat**, perquè s'ha creat a partir d'objectes preexistents.

Si cliques sobre qualsevol altre punt de la recta "r", que no sigui el punt inicial que el defineix, i l'arrossegues amb el ratolí, veuràs que pots canviar el seu pendent, així com també la canvia la recta derivada per tal de mantenir la relació de paral·lelisme.

Si tens activada l'opció *Punter*  i vols **esborrar** algun objecte, solament cal que l'activis clicant-hi sobre i que triïs l'opció *Edició* de la barra de menú i llavors *Esborrar*. També ho pots fer amb la tecla *Supr.* Si és més d'un objecte, els pots seleccionar quan marques amb el punter tota una àrea que cobreixi els objectes que vols esborrar i llavors has de triar l'opció *Esborrar*. Prova d'esborrar-los tots.



1ª activitat de lliurament obligat

Envia un correu al tutor comunicant-li que has començat el capítol de CABRI, adjunta-li les següents activitats, cadascuna en un fitxer "*.fig" i totes incloses en un fitxer ZIP de nom "activi3.zip":

- *Dibuixa una recta "r" i un punt "P" exterior. Traça pel punt "P" una perpendicular a la recta "r" (nom del fitxer "cabri1.fig").*

Utilitza el botó del menú CONSTRUIR .

- *Dibuixa una recta perpendicular "r" a un segment "AB" per un dels seus extrems (nom del fitxer "cabri2.fig")..*

El segment l'has de traçar amb el botó del menú Rectes , marca dos punts extrems i es dibuixarà el segment.

- *Comprova que tots els punts d'una circumferència es troben a la mateixa distància del centre (nom del fitxer "cabri3.fig")..*

Elegeix l'opció circumferència, botó del menú CORBES , situa't sobre la finestra de treball. Fes clic per col·locar el centre, llavors mou el ratolí per seleccionar el seu radi i fes clic per acabar.

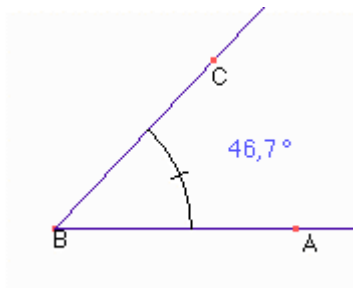
Situa un punt genèric sobre la circumferència. Per fer això, activa el botó del menú PUNTS, *punt sobre objecte* , situa el cursor sobre la circumferència dibuixada anteriorment i fes clic. Observa que el punt queda lligat a la circumferència, comprova que és veritat si arrossegues el punt prement permanentment sobre el botó esquerre del ratolí i tenint activada l'opció .

Traça un segment , on un dels extrems sigui el centre i l'altre extrem el punt genèric. Mesura el segment amb el botó del menú MESURAR . Una vegada actiu, porta el cursor sobre el segment i fes clic.

Comprova que qualsevol quina sigui la posició del punt la mesura sempre és la mateixa .

- *Dibuixa un angle qualsevol (nom del fitxer "cabri4.fig")*..

Un angle en el CABRI queda definit per tres punts del pla "A", "B", "C". El punt del mig és el vèrtex de l'angle.



Traça dues semirectes amb un extrem comú "B" (*Semirecta* del menú RECTES). Col·loca els altres dos punts sobre les semirectes . Selecciona *marcar angle* amb el botó del menú VEURE . A continuació, fes clic sobre els punts per aquest ordre "A", "B" i "C" o a l'inrevés.

El punt vèrtex "B" sempre ha de ser el segon. Amb l'opció  pots arrossegar l'arc cap a l'exterior per engrandir-lo.

- *Ara els pots mesurar i veure que varia la seva mesura si movem l'obertura de les semirectes.*

Per fer això, has d'activar *mesurar angle* amb el botó del menú MESURAR . Llavors, situa't sobre l'angle, l'arc i fes clic.

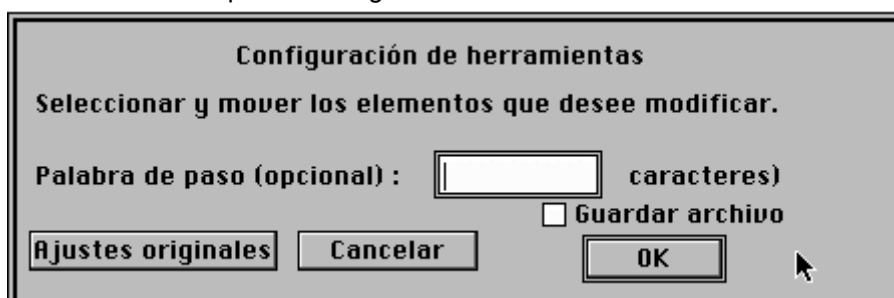
- *Traça una recta tangent a una circumferència en un punt situat sobre ella mateixa (nom del fitxer "cabri5.fig")*.

Et record que has d'enviar els fitxers *.FIG d'aquesta activitat al tutor en un paquet "activi3.zip".

Si vols ajuts de com funciona l'acció que està activa sobre els objectes geomètrics utilitza l'AJUDA de la barra de menú.

Observa que el menú del botó CONSTRUIR, porta moltes accions geomètriques que, per treballar a l'aula de primer cicle de secundària ens agradaria amagar perquè es poden obtenir per construcció d'altres més senzilles i que per reforçar les seves propietats més elementals caldria que l'alumnat s'ho cuinàs ell mateix. Per exemple, la mediatriu d'un segment la podem obtenir de cercar el punt mig del segment i, llavors, traçar-hi una perpendicular. Aleshores, poden comprovar que els punts d'aquesta recta estan a igual distància d'ambdós extrems del segment.

Per tant, anem a veure com podem amagar accions del menú del botó CONSTRUIR.



Exemple de la mediatriu: es selecciona de la barra menú OPCIONS - CONFIGURACIÓ D'EINES. Simultàniament s'obri la finestra de "Configuració d'eines" i en el costat superior dret de la pantalla apareix una paperera que fins ara no era visible.

La contrasenya solament l'ha de conèixer el/la professor/a, per tal d'evitar que l'alumnat pugui, a qualsevol moment, tornar a carregar totes les accions de què disposa el CABRI, atès que solament bastaria clicar sobre el botó d'*Ajustaments originals*. Per tant, s'escriu la contrasenya, es selecciona l'acció que volem amagar, barra de botons, en el nostre cas es selecciona *mediatriu* del menú que ens ofereix el botó CONSTRUIR i quan es deixa de prémer el botó esquerre del ratolí apareix una barra que diu *mediatriu*. S'agafa i s'arrossega a la paperera. Es pot comprovar que ja no és en el menú del botó CONSTRUIR. Finalment es pot enregistrar aquesta configuració de menú amb un nom que té per extensió "MEN".



Si es tenen creades configuracions de menú, per carregar-les cal anar a la barra de menú, seleccionar ARXIU - OBRIR, ben igual que s'obri una construcció prèviament enregistrada. A la "finestra d'obrir" en el camp on posa "*.fig" s'escriu ".*" per veure tots els fitxers de la carpeta o directori adient, i selecciona el fitxer de configuració que es vol.



Reforç

1- Activitats de consolidació i reforç

- Donada una recta " r " i un punt exterior " O ", traça la circumferència de centre " O " que sigui tangent a " r ".

- Traça les tangents a una circumferència " c " paral·leles a una recta donada " r ".

Dibuixa una circumferència i una recta, anomena-les " c " i " r " respectivament. Traça una perpendicular a " r " que passi pel centre de la circumferència " O ", defineix els punts de tall

d'aquesta perpendicular amb la circumferència "c", botó del menú PUNTS , llavors per aquests nous punts de tall traça paral·leles a la recta "r" .

- Traça dues rectes tangents a una circumferència per un punt exterior a ella.

Dibuixa una circumferència "c" i un punt exterior "P". Traça el punt mig  del centre de "c" i "P", i una circumferència de centre en aquest punt mig i amb un radi d'amplitud fins a "P".

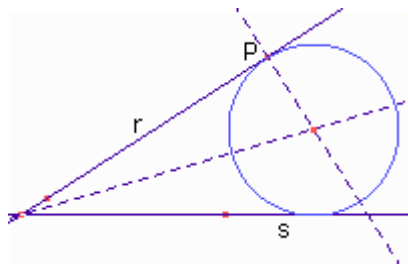
Punteja la nova circumferència amb el botó del menú DIBUIX . Defineix els punts d'intersecció de les dues circumferències.

Traça les rectes que passen per cadascun dels punts d'intersecció i el punt P. Aquestes són tangents a "c" perquè cadascun dels punts d'intersecció juntament amb el centre de la circumferència "c" i amb el punt "P", formen ambdós, triangles rectangles.

- Traça la circumferència que passa per tres punts "A", "B" i "C" no alineats. Tracta d'alinejar els tres punts. Què és el que passa?

Dibuixa les mediatrises dels segments "AB" i "BC", i agafa com a centre de la circumferència el seu punt d'intersecció. Observa que efectivament aquest punt és equidistant d'"A", de "B" i de "C".

- Dibuixa una circumferència tangent a dues rectes "r" i "s", que passi per un punt donat "P" de la recta "r".



Dibuixa dues rectes "r" i "s" que es tallin, i un punt "P" sobre "r". Traça la perpendicular a "r" pel punt "P". Atès que la circumferència ha de ser tangent a "r" en el punt "P" haurà de tenir el seu centre sobre aquesta perpendicular. A continuació, traça la bisectriu de les rectes "r" i "s". Aleshores, el punt de tall d'aquesta bisectriu i la recta perpendicular a "r" que passa per "P", és el centre de la circumferència.

Què passa si "r" i "s" són paral·leles? Cerca la solució.

2.3. TRIANGLES I POLÍGONS



2ª activitat d'introducció

L'acció compàs  del menú del botó CONSTRUIR transporta un segment a un punt. Mitjançant aquesta acció resol la següents activitats:

- Construeix un triangle a partir de tres segments "a", "b" i "c", que seran els seus costats. Estudia quines condicions cal establir perquè es pugui construir.

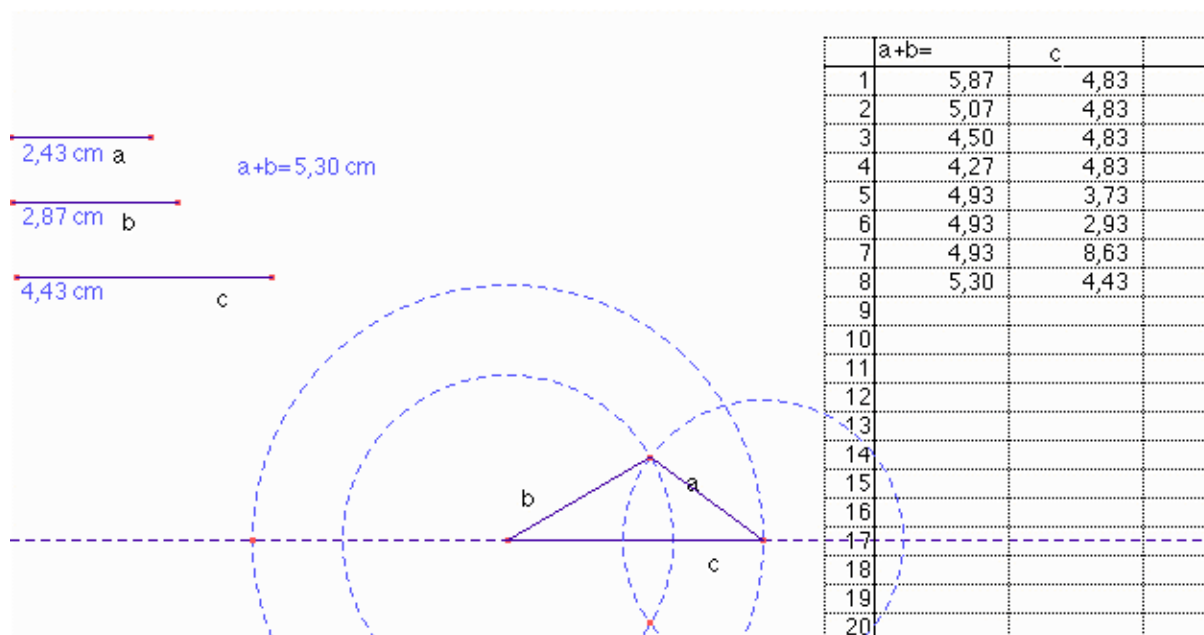
Situa tres segments "a", "b" i "c" de longituds semblants al de la figura següent i transporta sobre una recta, amb les accions compàs , punt d'intersecció  i segment , el segment c. Tot seguit, transporta els segments "a" i "b" sobre els punts extrems de "c". Finalment, defineix el punt d'intersecció de les circumferències resultants de les accions compàs respectives i construeix els segments que ens permeten visualitzar el triangle.

- Comprova la següent propietat:

Un triangle és construïble quan els seus costats "a", "b" i "c" compleixen les següents condicions a la vegada $a < b + c$, $b < a + c$, $c < a + b$.

Per tant, mesura i mou els segments inicials i, amb l'ajut de la calculadora , comprova la propietat.

Utilitza l'acció *tabular* del menú del botó MESURAR si ho vols veure reflectit en una taula. Per a la qual cosa mesura els segments i amb la calculadora treu el resultat del valor $a+b$ a fora, arrossegant-lo amb el ratolí. A continuació, selecciona l'acció *tabular*, clica sobre la finestra de treball i arrossega el ratolí per aconseguir una taula de tres columnes. Assigna cada valor numèric dels segments que s'han de comparar i el valor $a+b$ a cada una de les primeres caselles de cada columna. Finalment, canvia les dimensions dels segments amb el ratolí i prem la tecla *Tab*, els valors es veuran reflectits sobre la taula, podràs comparar-los i establir les condicions que permeten construir el triangle.



Creació de macroconstruccions.

Són accions que es poden inserir en el menú del botó *macro* , amb les quals no caldrà repetir la construcció quan els haguem d'emprar per a realitzar altres construccions més complexes. S'enregistren amb l'extensió *.MAC i se'ls pot associar una icona que apareix a la barra de botons quan l'acció roman activa. Anem a crear la macro *quadrat* per veure com es fa.



3ª activitat d'introducció

- Crea la macro *quadrat* i la macro *triangle equilàter*.

Creació de la macro quadrat. En primer lloc cal construir la figura d'un quadrat. Dibuixa un segment. Traça dues perpendiculars pels extrems i transporta-hi el segment mitjançant l'acció *compàs*. Llavors, pels punts d'intersecció de les perpendiculars i les circumferències defineix un quadrat mitjançant l'acció *polígon*  del menú del botó RECTES. Observa que obtens dues solucions.

Per crear la nostra primera macroconstrucció ens quedarem amb una sola solució, un sol objecte final, atès que l'altra sempre la podem obtenir per *simetria respecte al segment* (Menú de botó TRANSFORMAR). Per tant, activa l'acció *macro - objectes inicials* i selecciona amb el ratolí el segment inicial. Llavors, activa l'acció *macros - objectes finals* i selecciona *el polígon - quadrat*. Finalment defineix i enregistra la macro amb l'acció *macros - definir macro*.

Finestra per enregistrar macros, exemple d'enregistrament de la macro triangle equilàter.

Apareixerà la pantalla de definició de la macro. El nom de la construcció és el que apareixerà posteriorment en el menú del botó MACRO . En el camp *ajuda per aquesta macro* convé descriure el procediment per executar-la. Aquest text constituirà l'ajuda del programa en futures execucions. Pots dibuixar també una icona que descrigui gràficament l'acció. Finalment clica OK; el programa et demanarà quin nom de fitxer vols utilitzar i a quina carpeta ho vols enregistrar.



2ª activitat de lliurament obligat

- *Construeix les macros corresponents a un pentàgon i a un hexàgon regulars.*

Has d'enviar les macros al tutor d'extensió *.MAC amb l'ajut d'utilització (nom del fitxers "macro1.mac i macro2.mac").

Indicacions:

Has de partir sempre d'un costat (objecte inicial), i a partir d'ell tots els objectes ja han de ser derivats. El polígon construït serà l'objecte final. Sinó, et donarà com la resposta que la macro és inconsistent. Per tant, si empram més d'un objecte d'on deriven la resta d'objectes de la construcció aquests s'han de tenir presents com objectes inicials.

Una forma de fer la construcció del pentàgon regular és aprofitar que la seva diagonal és el nombre d'Or d'un dels seus costats. Si aquest té longitud l'unitat, les diagonals tenen de longitud $(1+\sqrt{5})/2$ unitats. Per tant, agafa un segment qualsevol AB. Traça un quadrat que tingui per costat base AB i una recta "r" que passa per AB. Cerca el punt mig del segment AB i anomena'l M. Traça el segment que va d'M fins a un dels extrems superiors C del quadrat. Aquest segment té longitud $\sqrt{5}/2$. Transporta'l sobre la recta r aquest segment MC que juntament amb la meitat del segment AB forma un nou segment AC' de longitud $(1+\sqrt{5})/2$ unitats. Llavors amb l'acció COMPAS solament has traçar les circumferències sobre cadascun dels vèrtex A i B de longitud el segment AB i de longitud AC' respectivament. El tall d'ambdues et donarà els altres vèrtex del pentàgon.

Fes el seguiment de la construcció. Per a la qual cosa, vés al menú "Edición" i "Revisar construcción", amb les tecles -> i <- podràs adonar-te de la construcció. Per a la macro agafa com a objecte inicial: el segment AB. Com a objecte final: el polígon que passa pels vèrtex.

- *Dibuixa un triangle qualsevol i traça les mediatris dels seus costats. Comprova que es tallen en un únic punt. Aquest punt on concorren les mediatris s'anomena **circumcentre**.*

Dibuixa la circumferència exterior amb el circumcentre com a centre i que passa per un vèrtex qualsevol del triangle (nom del fitxer "cabri6.fig").

- Dibuixa un triangle qualsevol i traça les altures de cadascun dels seus costats com a base. Comprova que concorren en un punt el qual anomenem **ortocentre**. Quina classe de triangles tenen dues altures exteriors? Quina classe de triangles tenen els seus dos costats coincidents amb les altures? (nom del fitxer "cabri7.fig").

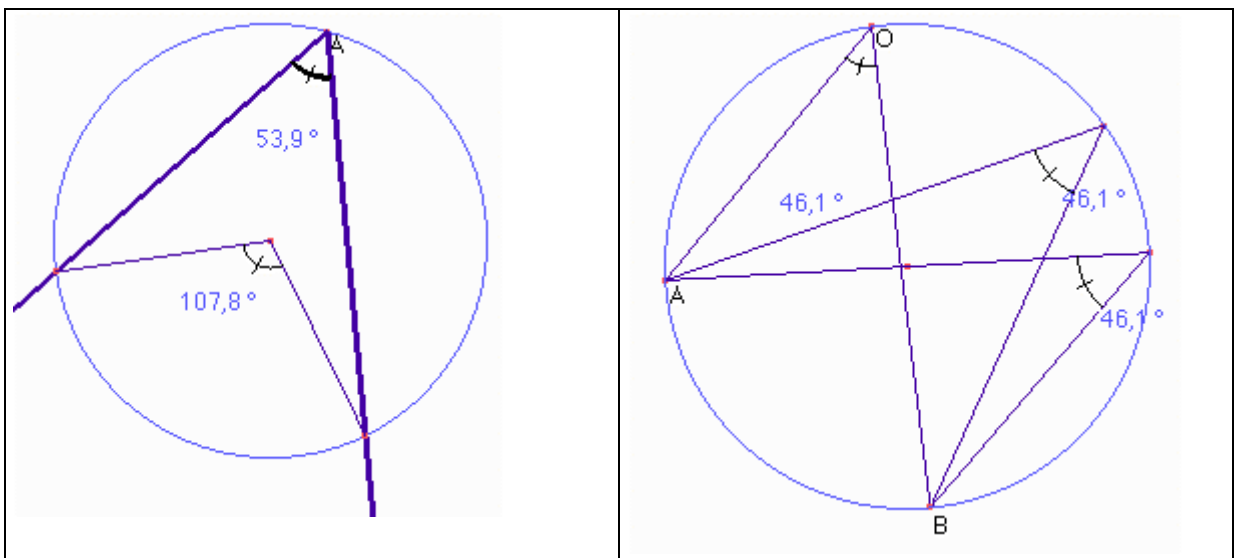
- Comprova que les medianes d'un triangle qualsevol, les que uneixen cadascun dels vèrtexs amb el punts mitjans dels costats oposats, concorren en un punt, el qual s'anomena **baricentre**. Comprova, també, que la distància d'aquest punt a cada vèrtex mesura el doble que la distància al punt mig del costat oposat corresponent (nom del fitxer "cabri8.fig").

- Dibuixa les bisectrius d'un triangle qualsevol i comprova que concorren en un punt. El punt de concurrència s'anomena **incentre**. Traça la circumferència interior amb centre a l'incentre i que és tangent als costats del triangle (nom del fitxer "cabri9.fig").

- Comprova que: el baricentre, circumcentre i ortocentre estan alineats. Aquesta recta que els uneix s'anomena **recta d'Euler**. En quins casos l'incentre està situat sobre la recta d'Euler? (nom del fitxer "cabri10.fig").

Envia aquestes construccions comentades al tutor en un paquet ZIP de nom "activi4.zip".

2.4. ANGLES EN LA CIRCUMFERÈNCIA



4ª activitat d'introducció

- Dibuixa un angle inscrit en un cercle. Comprova que aquest val la meitat del seu angle central.

Situa tres punts genèrics sobre una circumferència, defineix un angle inscrit sobre la circumferència de vèrtex "A", i el seu corresponent angle central. Mesura'ls, mou l'amplitud de l'angle (qualsevol dels dos punts que estan sobre la circumferència però que no sigui "A") i comprova la propietat esmentada. Si mous el vèrtex "A" comprovaràs la propietat anunciada a la següent activitat.

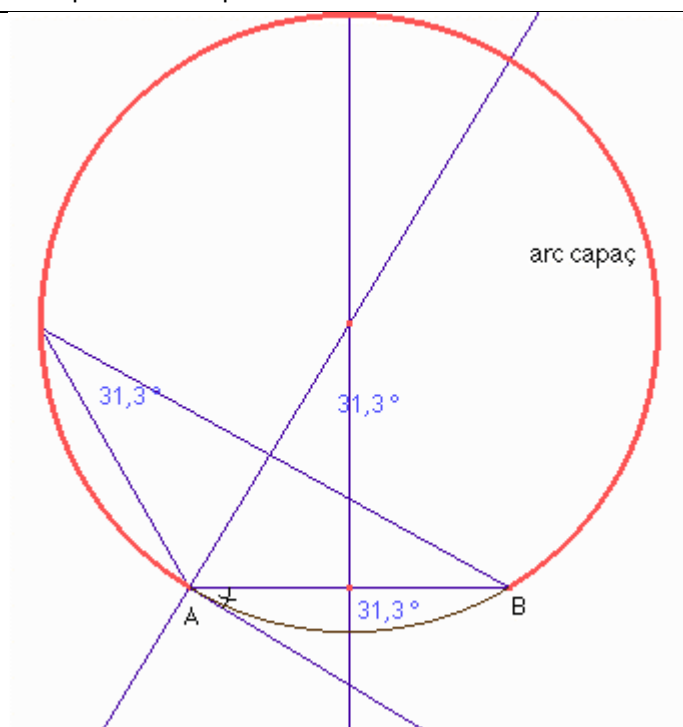
- Comprova que tots els angles inscrits que abracen el mateix arc valen el mateix. I que els angles inscrits en vèrtexs situats en cadascun dels arcs, determinats per una corda qualsevol, són suplementaris.

Observa que des de tots els punts d'aquests dos arcs es veu el segment "AB" sota el mateix angle, per tant direm que:

*El lloc geomètric dels punts del pla des dels quals es veu el segment "AB" sota un angle " α " es denomina **arc capaç** de l'esmentat angle.*

- Traça sobre un segment "AB" l'arc capaç d'un angle " α " donat.

Dibuixa un segment "AB" en el pla i un angle " α " qualsevol de vèrtex en "A". Per definir l'angle traça una semirecta d'extrem en "A" i mesura'l per a posteriors comprovacions. Traça la mediatriu d'"AB", la perpendicular a la semirecta que passa per "A" i el punt de tall d'ambdues. Després, dibuixa la circumferència amb centre a aquest punt de tall que passa per "A". Observa que l'angle format per la mediatriu i la perpendicular en el seu punt de tall val el mateix que " α ", i que aquest és la meitat de l'angle central que abraça el segment "AB". En conseqüència, qualsevol angle inscrit que abrasi el segment "AB" sobre la circumferència val el mateix que " α ". Comproveu.



2.5. CORBES I CÒNIQUES



Reforç

2- Activitats de consolidació i reforç

- Construeix una el·lipse donat l'eix major AB, utilitzant el mètode del jardiner.

Aquesta construcció parteix de la definició mètrica de l'el·lipse:

L'el·lipse es defineix com el lloc geomètric dels punts del pla que compleixen que la suma de distàncies a dos punts fixos, anomenats focus, és constant.

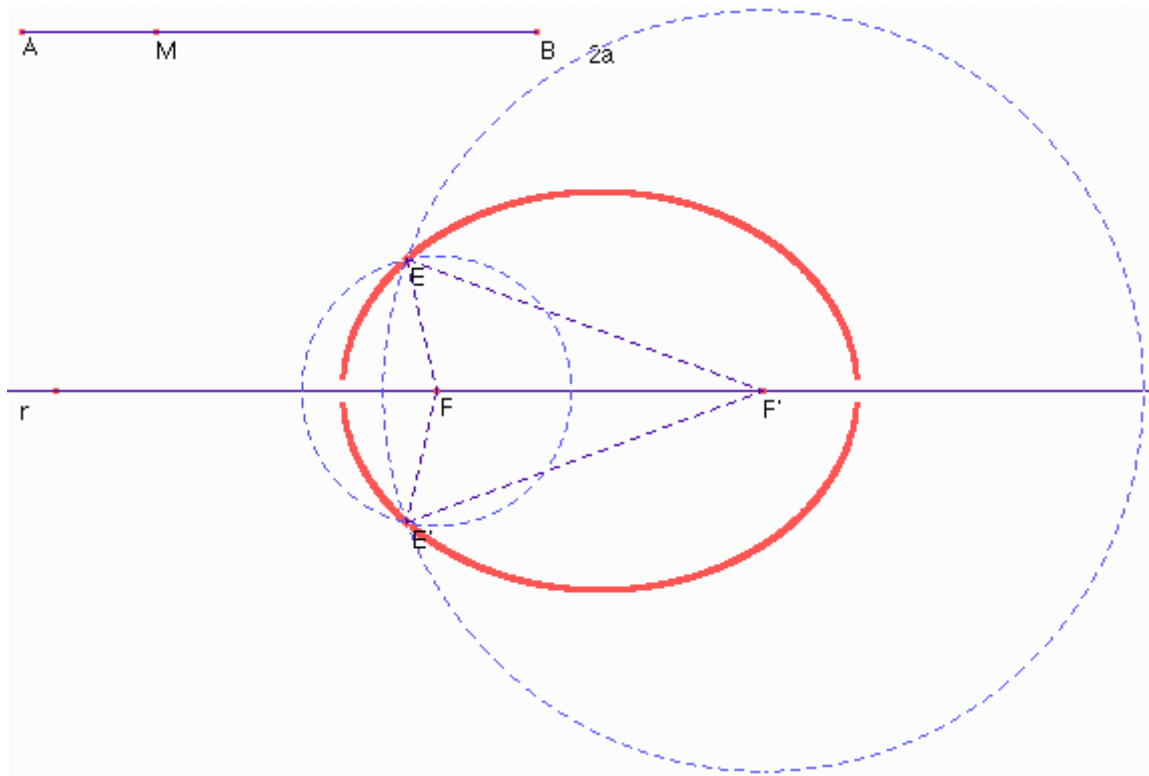
Dibuixa una recta "r" que contingui els focus "F" i "F'", i un segment auxiliar "AB", més gran que la distància focal. Defineix un punt "M" genèric sobre "AB" i els segments "AM" i "MB" que representaran, respectivament, els radis vectors de l'el·lipse.

Amb l'acció compàs  trasllada les distàncies "AM" a "F" i "BM" a "F' ". Aquesta acció tindrà com a resultat la creació de dues circumferències centrades en els focus "F" i "F'" de radis respectivament iguals a les longituds d'"AM" i "MB". Determina els punts de tall "E" i "E'", intersecció de les esmentades circumferències i crea els segments "FE" i "FE'" (radis

vectors).

Activa la traça ☒ sobre els punts "E" i "E' " i *anima* amb el botó  el punt "M" sobre el segment "AB" (per animar el punt "M" l'has d'arrossegar com si l'estirassis i llavors amollar, deixar de fe clic, i es posarà en moviment la construcció); com a resultat d'aquestes dues accions podràs veure la traça d'una el·lipse.

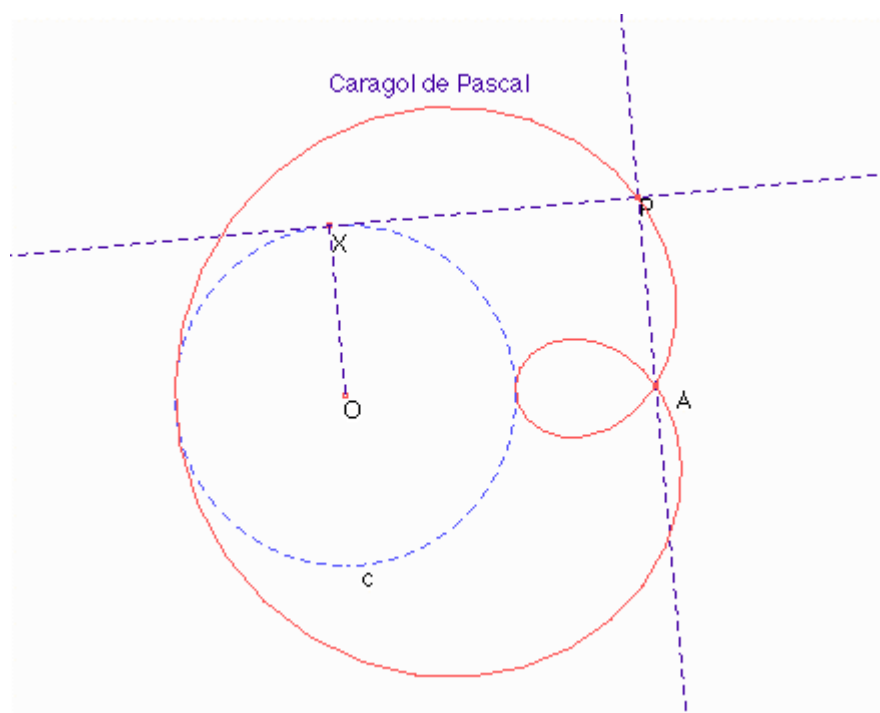
Una altra forma de representar-la, sense haver d'utilitzar les accions traça i animació, és mitjançant l'acció CONSTRUIR - LLOC GEOMÈTRIC. Selecciona el botó  i clica successivament sobre els punts "E" i "M". Llavors, fes el mateix amb els punts "E' " i "M".



1- Activitat opcional

- *Construcció del caragol de Pascal.*

Parteix d'un punt "X" d'una circumferència i un punt exterior "A". Sigui "P" el punt de tall de la recta tangent a la circumferència per "X" i de la recta perpendicular a la tangent anterior que passa pel punt "A". Cerca el lloc geomètric del punt "P" quan "X" recorre la circumferència.

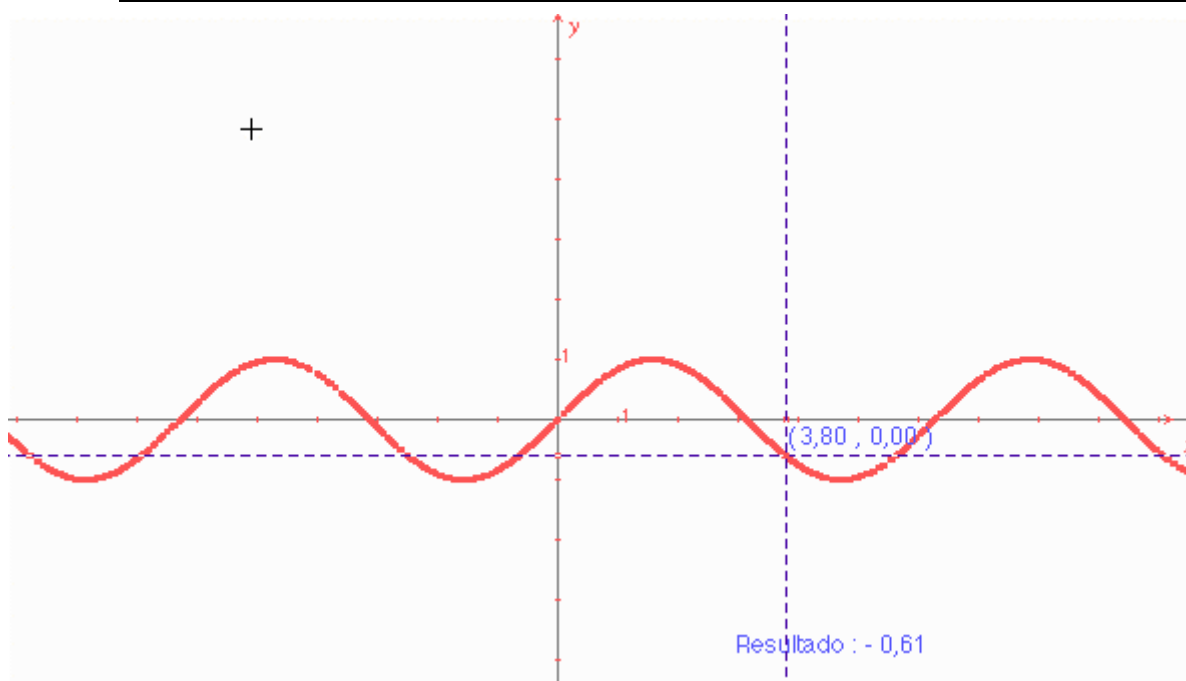


3- Activitats de consolidació i reforç

- Representació de funcions

El procés per representar funcions és el mateix que l'utilitzat per dibuixar la gràfica de la funció punt per punt.

Activa els eixos coordenats de la barra d'eines *Dibuix - Mostrar eixos* . Pots modificar l'escala per tal d'adaptar-la als valors de la funció que vulguis representar; per això, basta arrossegant amb el punter la unitat marcada en els eixos. Situa un punt genèric sobre l'eix OX i cerca les seves coordenades amb l'acció *Mesurar - Equació i coordenades* . Amb la calculadora *Mesurar - Calcular* calcula el valor de l'ordenada en funció de l'abscissa del punt X. Arrossega el resultat a la finestra de treball i trasllada el valor a l'eix d'ordenades mitjançant l'acció *Construir - Transferència de mesures*; d'aquesta manera, obtindràs el punt Y. Traça pels punts X i Y perpendiculars respectives als eixos d'abscisses i d'ordenades. Finalment, activa la traça sobre el punt de tall d'aquestes dues perpendiculars i aplica l'animació al punt X perquè es desplaci sobre l'eix OX. Alternativament, pots emprar l'acció *Construir - Lloc geomètric* del punt de tall si varies l'abscissa X.



3. FULL DE CÀLCUL

El full de càlcul és una taula de doble entrada dissenyada per gestionar gran quantitat de dades i càlculs. Això permet dibuixar gràfiques a partir de dades i/o fórmules, simular experiències aleatòries, etc. amb gran facilitat. La qual cosa allibera l'alumnat del tractament manual i rutinari de dades, i possibilita que es concentri en el procés i la seva interpretació.

Per realitzar les activitats d'aquest capítol es necessita que el lector tingui coneixements bàsics sobre el maneig del full de càlcul. Les comandes que utilitzarem són senzilles i les podeu trobar a qualsevol paquet d'ofimàtica. Per a més informació, aquestes activitats s'han elaborat amb el full de càlcul Excel 97. També, a la WEIB educativa, adreça <http://weib.caib.es>, a l'apartat de formació es poden davallar els apunts *el full de càlcul EXCEL* elaborats per Joan Manuel Gonzalez Febrer que poden ser de gran ajuda en el cas que no es disposi dels coneixements més elementals.

3.1. GRÀFIQUES DE FUNCIONS



1ª activitat d'introducció

- Representa gràficament la funció $y = \frac{\ln(x)}{x}$ a l'interval $[a, b]$ on $a > 0$.

Per representar aquesta funció amb el full de càlcul, construirem una taula de 20 valors on x els prengui a igual distància $(b-a)/19$. Llavors, cada $x_n = x_{n-1} + (b-a)/19$.

Per tant, obri un llibre nou del full de càlcul. I dissenya la taula de la següent manera:

Nº	A	B	C	D	E
1	Interval $[a, b]$		Les caselles B3 i B4 contenen els valors d'"a" i de "b".		
2	Extrems				
3	a	1			
4	b	10			
5	X	Y	Observa que el rang de caselles A8:A25 i B7:B25 s'obté utilitzant l'opció "omplir cap a vall" que còpia les fórmules de les caselles A7 i B6 respectivament, amb les referències relatives i mantenint les absolutes \$.		
6	=B3	=(LN(A6))/A6			
7	=A6+(\$B\$4-\$B\$3)/19	=(LN(A7))/A7			
...	...	...			
25	=A24+(\$B\$4-\$B\$3)/19	=(LN(A25))/A25			

Ara, pots donar diferents valors als extrems "a" i "b", caselles B3 i B4 respectivament, i observar com canvia la taula de valors. Per exemple, prova amb $a=0,5$ i $b=10$.

Construeix la gràfica. Selecciona el rang de caselles A5:B25 i activa l'assistent de gràfics i fes les següents passes.

Pas 1, tipus de gràfic: elegeix el gràfic de línies del tipus estàndard.

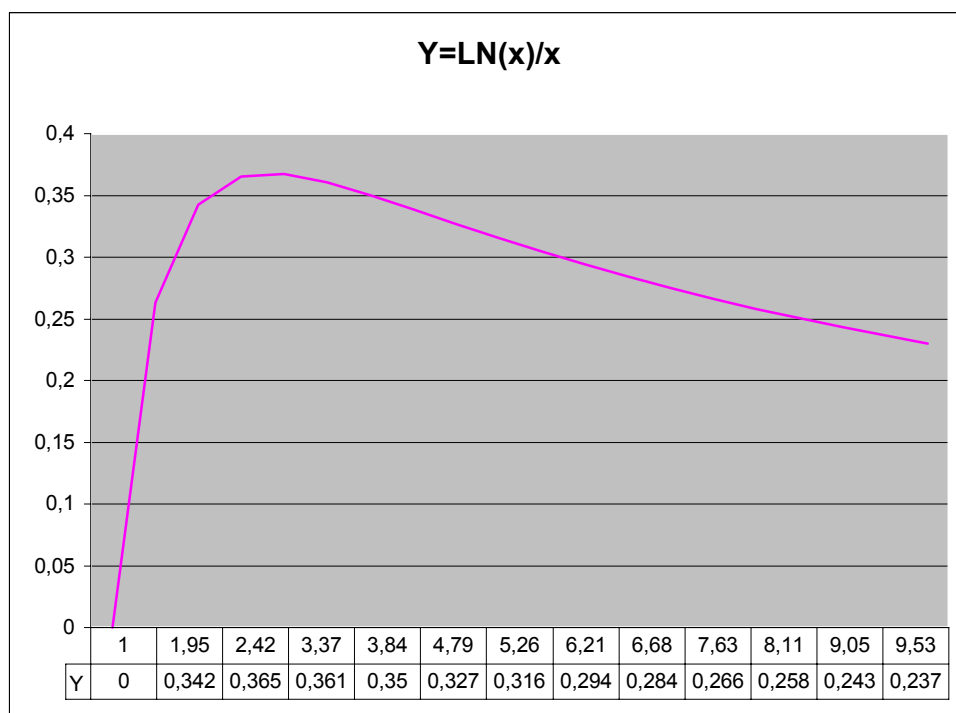
Pas 2, origen de les dades: Selecciona columnes. I a sèrie elimina la sèrie X, i selecciona el rang de caselles A6:A25 en el camp *ròtuls de l'eix de categories* (X).

Pas 3, opcions del gràfic: Activa *veure taula de dades*.

Fes clic sobre la llegenda i supprimeix-la, si no la vols.

- Representa gràficament la funció $y = \frac{e^x}{x}$.

La funció exponencial és EXP(x).



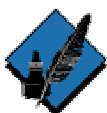
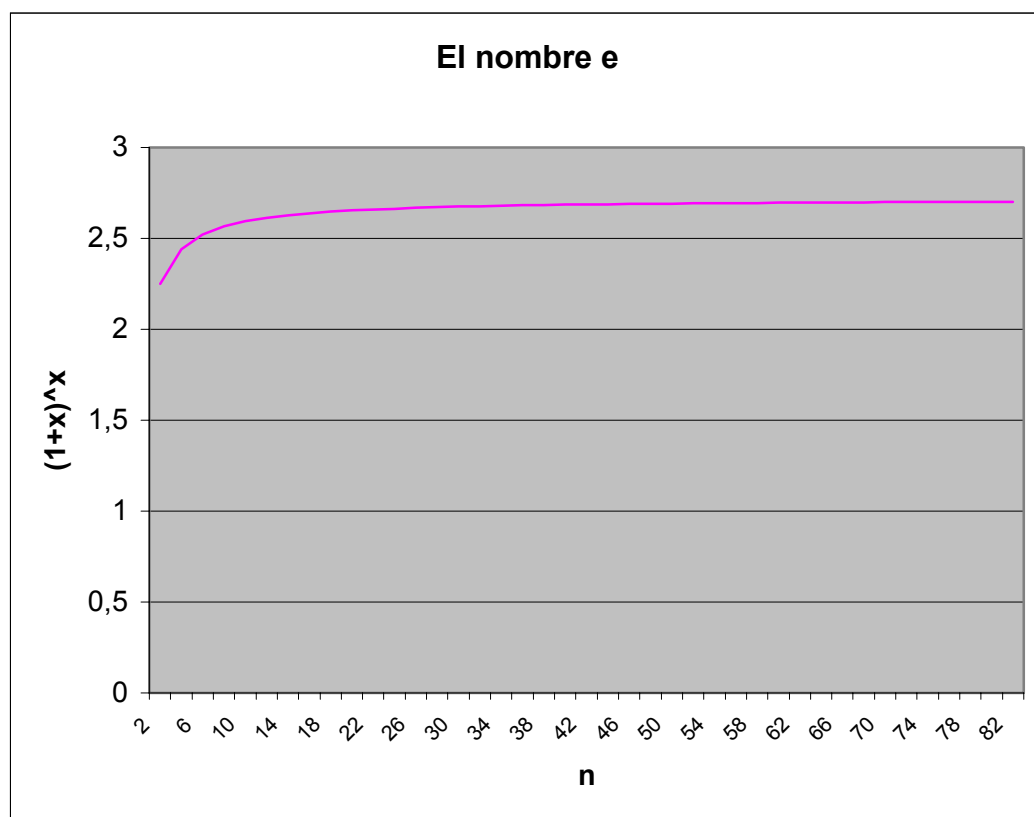
1ª activitat de lliurament obligat

- Dissenya un model semblant a l'anterior que permeti fer veure a l'alumnat que el $\lim \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$. Envia-la al tutor amb el nom "activi5.xls" inclosa en un fitxer ZIP denominat "activi5.zip"

Agafa com a valors inicials $n_0=1$ i una variable de salt $h=4$.

Nº	A	B	C
1	n_0	1	
2	h	4	
3	n	$\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$	
4	=B1	=(1+1/A4)^A4	
5	=A4+\$B\$2	=(1+1/A5)^A5	
6	=A5+\$B\$2	=(1+1/A6)^A6	
...	...	...	

Agafa un rang de caselles més o manco gros i amb diferents valors d' "h" comprova que gràficament s'estabilitza al voltant de 2,7182818845904.



1- Activitats opcionals

La capacitat per realitzar operacions matemàtiques amb el full de càlcul fa que sigui una eina molt vàlida per resoldre problemes de càlcul numèric, abordables pel mètode d'iteracions successives. Exemples destacats d'aquests tipus de problemes són la resolució d'equacions - determinació de zeros d'una funció - i els problemes de màxims. En el primer cas, el mètode consisteix en crear una taula de valors de la funció en un interval i determinar entre quin dos valors la funció canvia de signe (teorema de Bolzano), i en segon cas entre quins dos valors es troba el màxim. Després es torna a calcular la taula prenent com a interval de partida els valors intermitjos determinats a la iteració precedent. El procés es repeteix fins que s'obté la solució en la precisió desitjada.

- *Determina els zeros de la funció $f(x)=x^3-2x^2-6x+1$*

Les següents taules il·lustren la manera d'implementar el mètode d'iteracions successives. La primera taula presenta les fórmules del model i la segona aplica aquest model a la funció $f(x)$.

Taula de valors		Valor inicial	-10
		Valor final	10
x	F(x)	Increment	$=(D2-D1)/10$
=D1	$=A5^3-2*A5^2-6*A5+1$		
=A5+\$D\$3	$=A6^3-2*A6^2-6*A6+1$		

=A6+\$D\$3	=A7^3-2*A7^2-6*A7+1			
...	...			
=A14+\$D\$3	=A15^3-2*A15^2-6*A15+1			
Zeros d'una funció. Resolució d'equacions.				
<i>Pels canvis de signes que s'observen es pot deduir que els tres zeros es troben en els intervals [-2, 0], [0, 2] i [2, 4]. Per determinar el primer zero agafa com a valor inicial -2 i com a final 0; després observa on es troba el canvi de signe o torna a iterar. Després de nou iteracions la solució que obtindràs és: $x=-1,751532072$.</i>	Taula de valors		Valor inicial	-10
	x	f(x)	Valor final	10
	-10,00	-1139,00	Increment	2
	-8,00	-591,00		
	-6,00	-251,00		
	-4,00	-71,00		
	-2,00	-3,00		
	0,00	1,00		
	2,00	-11,00		
	4,00	9,00		
	6,00	109,00		
	8,00	337,00		
	10,00	741,00		
<i>- Utilitzant un model semblant a l'anterior, resol el problema de paper cartró esmentat en les activitats opcionals de l'apartat 1.6 de Funcions i còniques del capítol de Derive 5. Però amb paper cartró de dimensions 60x40 cm. Cerca quina longitud de tall s'ha d'aplicar per obtenir la capacitat màxima possible.</i>				



Recursos addicionals

Quan es treballa amb un full de càlcul potent com EXCEL moltes d'aquestes operacions es poden fer automàticament, mitjançant comandes incorporades al programa. Per exemple, per determinar els zeros d'una funció, EXCEL incorpora l'ordre "Persecució d'objectius" que pot obtenir automàticament els valors que fan $f(x)=0$. L'activitat de l'obtenció del màxim es pot resoldre de manera automàtica amb el mòdul de SOLVER d'EXCEL. Aquest mòdul permet resoldre qualsevol problema de maximització, entre ells els relacionats amb la programació lineal.

3.2. FREQUÈNCIA RELATIVA I PROBABILITAT



1- Activitats de consolidació i reforç

En aquest apartat es tracta de comprovar experimentalment la llei dels grans nombres, en el cas particular de variables aleatòries de Bernoulli (experiències del tipus èxit/fracàs).

En aquest cas, el *teorema es concreta en la convergència de les freqüències relatives cap a la probabilitat teòrica*.

D'alguna manera es pot dir que quan es realitza de forma reiterada una experiència aleatòria, la freqüència relativa d'un cert esdeveniment pren diferents valors que, inicialment, oscil·len, i després, a poc a poc, s'estabilitzen al voltant de la probabilitat teòrica.

L'activitat consisteix en simular, mitjançant el full de càlcul, successius llançaments d'un dau i comprovar que la freqüència relativa d'un esdeveniment qualsevol (per exemple, "sortir 6") tendeix a la seva probabilitat teòrica (quocient entre el nombre de resultats favorables i el nombre de resultats possibles, és a dir 1/6).

La simulació del llançament d'un dau es fa a partir de la funció *aleatorio()* que genera nombres aleatoris dins l'interval [0,1]. En concret, per generar nombres enters entre 1 i 6 s'ha d'utilitzar l'expressió *entero(6*aleatorio()+1)* (la funció *entero(x)* torna la part sencera del nombre x).

El full de càlcul disposa de múltiples files i columnes que permeten simular un gran nombre de llançaments. L'única limitació es troba en la memòria de l'ordinador.

La proposta contempla la simulació de diferents sèries de 16, 256, 512, 1024, 2048, ... llançaments. S'han elegit múltiples de 256 ja que aquest és precisament el nombre de posicions d'una fila completa del full del càlcul i això simplifica molt la tasca de selecció de les cel·les que contendran els resultats de la simulació.

	A	B	C	D	E
1	ESDEVENIMENT: "Sortir un 6"				
2	n°llançaments	n° èxits	Freq. rel.	Prob. teòrica	
3	16	4	0,25	0,17	
4	256	39	0,15	0,17	
5	512	78	0,15	0,17	
6	1024	167	0,16	0,17	
7	2048	333	0,16	0,17	
8	Llançaments:				
9	1	6	3	6	1
10	6	1	1	1	2
11	4	5	6	3	2
12	6	6	4	4	6
13	1	1	5	6	2
14	1	1	4	3	1
15	3	5	6	5	5
16	2	3	4	5	5
17	Ha sortit 6:				
18	0	1	0	1	0
19	1	0	0	0	0
20	0	0	1	0	0
21	1	1	0	0	1
22	0	0	0	1	0
23	0	0	0	0	0
24	n	n°	Freq. rel.	Prob. teòrica	n

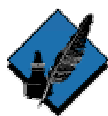
Els resultats de les simulacions se situen a la part superior: el nombre de llançaments, el nombre d'èxits de cada sèrie, la freqüència relativa i la probabilitat teòrica.

La columna B (posicions B3, B4, ...) comptabilitza el nombre d'èxits de cada una de les sèries de llançaments. El procediment per fer-ho s'explica més endavant. La columna C es dedueix dividint la B per l'A (n. d'èxits/n. llançaments); per tant, a les posicions C3, C4 ... s'hi troben, respectivament, les fórmules =B3/A3, B4/A4 ...

Els llançaments se situen a partir de la fila 9 i ocupen tantes files com sigui necessari, depenent de la llargària de les sèries. A cada una d'aquestes posicions hi ha d'anar la fórmula =*entero(6*aleatorio()+1)*. S'han d'emprar les opcions *omplir cap la dreta* i *omplir cap avall* per a copiar la fórmula a les diverses caselles.

Les fórmules que avaluen si s'ha aconseguit èxit o no, se situen a partir de la fila 18. Aquestes caselles valen 1 si s'ha obtingut èxit (ha sortit un 6) i 0 en cas contrari. Més concretament:

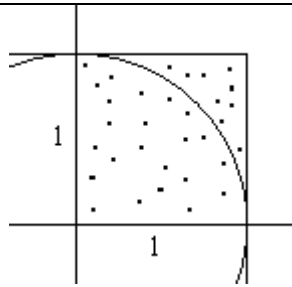
	Posició	Fórmula																		
La funció <i>SI(condició; Valor si veritat; Valor si fals)</i> avalua una condició establerta com argument .	A18	=SI(A9=6;1;0)																		
	B18	=SI(B9=6;1;0)																		
	C18	=SI(C9=6;1;0)																		
	...	...																		
	A25	=SI(A16=6;1;0)																		
	A25	=SI(B16=6;1;0)																		
	...	...																		
Fórmules que comptabilitzen el nombre d'èxits. S'ubiquen a les primeres cel·les de la columna B i són:	B3	=SUMA(A18:P18) comptabilitza 16 posicions																		
	B4	=SUMA(A18:IV18) comptabilitza una fila sencera 156																		
	B5	=SUMA(A18:IV19) comptabilitza dues files senceres 512																		
	...	...																		
El gràfic que permet la visualització comparativa dels resultats de la simulació és el següent:																				
<table border="1"> <caption>Dades del gràfic</caption> <thead> <tr> <th>Número de simulacions</th> <th>Freqüència relativa</th> <th>Probabilitat</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>16</td> <td>0,25</td> <td>0,16</td> </tr> <tr> <td>256</td> <td>0,15</td> <td>0,16</td> </tr> <tr> <td>512</td> <td>0,15</td> <td>0,16</td> </tr> <tr> <td>1024</td> <td>0,16</td> <td>0,16</td> </tr> <tr> <td>2048</td> <td>0,16</td> <td>0,16</td> </tr> </tbody> </table>			Número de simulacions	Freqüència relativa	Probabilitat	16	0,25	0,16	256	0,15	0,16	512	0,15	0,16	1024	0,16	0,16	2048	0,16	0,16
Número de simulacions	Freqüència relativa	Probabilitat																		
16	0,25	0,16																		
256	0,15	0,16																		
512	0,15	0,16																		
1024	0,16	0,16																		
2048	0,16	0,16																		



1- Activitats opcionals

- Estimació de π .

Suposa un cercle de radi 1 inscrit en un quadrat de costat 2. Considera també un sistema de referència amb origen al centre del cercle. Per simplificar, centra't exclusivament en el primer quadrant:



. *Exposem ara la següent experiència de Bernoulli (èxit/fracàs):*

S'escull a l'atzar un punt dins el quadrat de costat 1. Formalment això vol dir obtenir una mostra de llargària 1 de la variable aleatòria bidimensional (X,Y) on X i Y són independents i distribuïdes uniformement a l'interval [0,1]. Direm que ha sortit èxit en la prova si $X^2 + Y^2 \leq 1$, és a dir, si el punt cau dins l'àrea delimitada pel cercle.

Òbviament, la probabilitat p d'èxit en aquesta prova és $\pi/4$. En conseqüència, repetint la prova un nombre prou gran de vegades, i estimant p a partir de la freqüència relativa v , s'obtingran estimacions de π fent $\pi \cong 4v$ (Llei dels grans nombres).

Aquest mètode, consistent en expressar un valor definit analíticament, amb exactitud, com és ara π , en funció d'una probabilitat i després estimar-la experimentalment per tal d'obtenir el paràmetre original, forma part d'un conjunt ampli de tècniques que es coneixen amb el nom de *mètode de Montecarlo* o de simulació artificial i s'aplica a certes situacions pràctiques en les quals és preferible als mètodes deterministes.

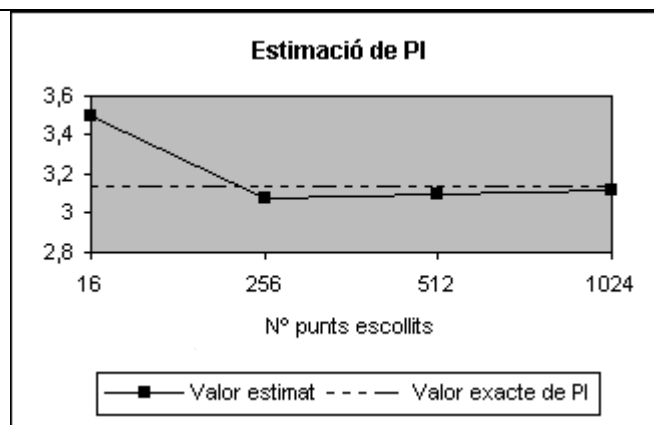
En realitat, la denominació de mètode de Montecarlo s'aplica a un conjunt molt ampli de tècniques que tenen com a denominador comú la utilització de la simulació probabilística. L'aplicació de la simulació artificial a la determinació de π només té interès didàctic i serveix per il·lustrar el mètode; en cap cas té utilitat pràctica ja que, com es veurà més endavant, la convergència d'aquest mètode és molt més lenta que la dels procediments utilitzats habitualment en el càlcul de π .

El model.

Simular l'elecció a l'atzar d'un punt dins el quadrat 1x1 equival a generar aleatòriament dos nombres dins l'interval [0,1]. Això es pot fer directament mitjançant la funció *aleatorio()*.

La condició que ha de complir un punt perquè pertanyi a "l'àrea favorable" és que la suma dels quadrats de les seves coordenades sigui més petita o igual que 1. Això, traduït al llenguatge del full de càlcul, és *si((a10^2+a11^2)<=1;1;0)*, suposant que les coordenades del punt es troben a les caselles A10 i A11.

Igualment que a la proposta del llançament del dau, és convenient simular sèries de 16, 256, 512, 1024, 2048, ... i calcular les freqüències relatives. Convé també elaborar gràfics que permetin la visualització de la convergència de les estimacions (Excel proporciona el valor "exacte" de π amb la funció *pi()*):



Convergència de l'estimació.

Es pot demostrar (Bernstein) que el nombre n_0 de vegades que, com a mínim, s'ha de repetir l'experiència per tal d'obtenir, amb probabilitat major que P_0 , una estimació de π que estigui a una distància menor que ε del valor exacte és:

$$n_0 = \frac{9 \ln \left(\frac{2}{1 - P_0} \right)}{8\varepsilon^2}$$

És a dir, $\forall n > n_0$, es verifica que:

$$P(|V_{\text{est}} - V_{\text{real}}| < \varepsilon) \geq P_0$$

essent V_{est} i V_{real} , respectivament, els valors estimat i real del paràmetre.

Emprant el full de càlcul podem obtenir fàcilment el nombre de repeticions necessàries n_0 en funció de la precisió ε i del nivell de probabilitat P_0 .

	P_0	$\uparrow$	n_0
S'observa clarament la lentitud de la convergència. Una precisió de 3 xifres decimals exactes, al nivell de probabilitat del 99%, requereix d'un mínim de 23.842.428 repeticions.	0,90	0,1	337
		0,05	1348
		0,005	134808
		0,0005	13480795
	0,95	0,1	415
		0,05	1660
		0,005	166000
		0,0005	16599958
	0,99	0,1	596
		0,05	2384
		0,005	238424
		0,0005	23842428

Automatització mitjançant el llenguatge de programació d'Excel.

El llenguatge de programació de Microsoft Excel permet programar una funció que realitza la simulació de manera automàtica. La funció s'escriu dins un mòdul de codi, associat al full de càlcul.

pi97.xls - Módulo1 (Código)

(General) EstimacióPi

```

Function EstimacióPi(n As Double)
    Randomize
    suma = 0
    For i = 1 To n
        x = Rnd
        y = Rnd
        If (x ^ 2 + y ^ 2 < 1) Then
            suma = suma + 1
        End If
    Next i
    EstimacióPi = 4 * suma / n
End Function

```

L'algorisme que implementa la funció és molt senzill i no requereix cap explicació addicional. L'execució de la funció es realitza des d'un full de càlcul (arxiu *.xls) amb la sintaxi següent: `=pi97.xls!EstimacióPi(n)` on n és el nombre de repeticions i `pi97.xls` és el llibre que conté el mòdul de codi on s'ha escrit la funció. Si la funció es crida des d'un full de càlcul inclòs al mateix llibre on s'ha definit la funció, es pot obviar la referència al propi llibre: en aquest cas, seria suficient l'expressió `=EstimacióPi(n)`.

Les figures següents presenten els resultats, amb els errors corresponents, de diverses estimacions obtingudes variant el nombre n de repeticions, i les fórmules emprades.

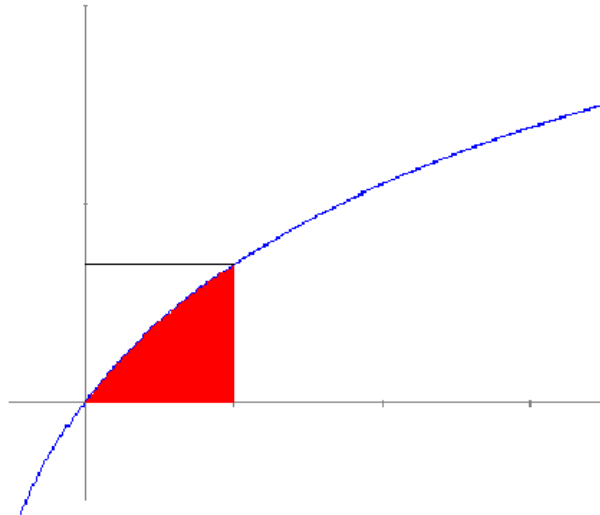
pi97.xls			
	A	B	C
1	Repeticions	Estimació	Error
2	100	3,04	0,101592654
3	1000	3,064	0,077592654
4	10000	3,148	0,006407346
5	100000	3,13736	0,004232654
6	1000000	3,140556	0,001036654

pi97.xls			
	A	B	C
1	Repeticions	Estimació	Error
2	100	=EstimacióPi(A2)	=ABS(PI()-B2)
3	1000	=EstimacióPi(A3)	=ABS(PI()-B3)
4	10000	=EstimacióPi(A4)	=ABS(PI()-B4)
5	100000	=EstimacióPi(A5)	=ABS(PI()-B5)
6	1000000	=EstimacióPi(A6)	=ABS(PI()-B6)



2- Activitats de consolidació i reforç

- Mitjançant el mètode Montecarlo calcula l'àrea compresa entre la corba $y=\ln(1+x)$, l'eix d'abscisses i les rectes $x=0$ i $x=1$.



Integral definida entre 0, 1 = 0.386293

Si feim llançaments aleatoris a l'interior d'un quadrat de costat unitat a dins del qual hem dibuixat la corba tenim:

$$P = \text{Àrea sota la corba} / \text{Àrea del quadrat} = \text{Àrea sota la corba} / 1 = A$$

Això, vol dir que, l'àrea sota la corba, entre 0 i 1, s'aproxima a k / N

Per aconseguir bones aproximacions de l'àrea A (0.38629) cal simular un nombre de proves major de 100. Proveu.

- *Apliqueu al càlcul aproximat de l'àrea d'una el·lipse.*

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$$

4. INTERNET I MATEMÀTIQUES

La tecnologia digital ha permès la convergència de les tecnologies de la informació i de la comunicació. Amb la integració de portadors com el telèfon, l'ordinador personal i els cables s'ha incrementat el nombre de canals pels quals podem accedir a imatges fixes i en moviment, veu, text, gràfics i música. Tot això es fa palès en la gran xarxa de xarxes, Internet. Existeix també una convergència en els llenguatges i en les formes dels textos. La nova tecnologia no es limita a oferir material imprès que inclou imatges. La digitalització fa possible la combinació d'elements com text, gràfics, imatges, esquemes, animacions, sons, audiovisuals, diagrames, mapes, etc. en els documents electrònics amb una estructura no lineal. Cada pantalla es converteix en un punt de partida des d'on pots botar a altres llocs del mateix o altres documents mitjançant vincles entre els seus elements.

Les xarxes telemàtiques permeten als centres escolars formar part de majors comunitats, compartir i intercanviar documents entre escoles i amb altres organitzacions. El nombre de centres i institucions educatives que disposen de connexió a la xarxa i compten amb pàgina WEB ha crescut de forma increïble aquests darrers anys.

Per al professorat de matemàtiques, Internet ens permet accedir a un gran banc d'informació. Hi podem trobar continguts matemàtics sobre aspectes teòrics, didàctics, d'història de les matemàtiques, resolució de problemes, exemplificacions, software matemàtic, etc. I el que és important és que com a usuaris, Internet ens aporta informació suficient per dissenyar els nostres propis materials i poder ajustar-los a l'aula. Per exemple l'elaboració d'una seqüència d'activitats per a un taller de matemàtiques, que llavors, una vegada posat en pràctica, ho podem donar a conèixer a la resta de companys/es a través d'una publicació electrònica. És a dir, una eina fantàstica per l'intercanvi d'experiències, que ens converteix a la vegada en consumidors i productors de continguts.

Internet, també pel fet de ser un canal de comunicació està invertint el model pedagògic que gira entorn de l'escola, focus tradicional d'aprenentatge. Permet altres tipus de modalitats d'educació no presencial, que ja comença a fer-se notar sobretot en la formació del professorat, els quals poden gaudir d'un ensenyament distribuït a les seves llars i lloc de feina, sense la limitació del temps i la distància. Les possibilitats educatives que aporta Internet són moltes, i cal implementar-les per a la bona salut de les matemàtiques. Cal establir relacions i projectes conjunts entre diferents centres escolars, o d'altres països, per aconseguir millores substancials en la didàctica de la matemàtica i Internet n'és el canal de comunicació.

4.1. LES ADRECES ELECTRÒNIQUES DE LES SOCIETATS DE PROFESSORS DE MATEMÀTIQUES



1ª activitat de lliurament obligat

- Visita la WEB de la Federació Espanyola de Societats de Professors de Matemàtiques.

L'adreça electrònica és

<http://www.smpm.es/fespm/fespm.html>

Observa que hi pots trobar informació i els enllaços a les societats federades, informació dels articles i autors publicats a la revista SUMA, activitats e què intervén la federació, recursos didàctics que pots trobar a les pàgines de les societats, notícies matemàtiques d'interès i l'anell matemàtic, on pots penjar les teves pròpies pàgines relacionades amb el món de les

matemàtiques.

- *Pregunta: Totes les comunitats autònomes disposen d'una societat de professorat de matemàtiques adscrita a la Federació Espanyola de Societats de Professors de Matemàtiques? Quines són les que no hi participen?*

- *Visita algunes WEBS de les societats i fes-ne un petit comentari del que trobes més interessant.*



Recomanacions o comentaris

La societat d'educació matemàtica Al-Khwarizmi de la Comunitat Valenciana ofereix exposicions en préstec per exposar al teu centre. Vés-hi i observa que es poden aconseguir amb facilitat, evidentment tot depèn de la demanda que tingui.

<http://www.semcv.org/>

4.2. LA CALCULADORA WIRIS

WIRIS és una calculadora simbòlica al igual que el programari Derive però accessible per Internet:

<http://weib.caib.es/wiris/index.html>

Els usuaris accedeixen a una pàgina web on plantegen els càlculs desitjats, i en reben les respostes instantànies després.

WIRIS permet realitzar: càlcul, anàlisi, àlgebra lineal, geometria, combinatòria, representació de funcions i programació.

El **WEIB** ha posat a disposició del professorat aquesta calculadora perquè la utilitzi com a eina didàctica a les aules que tenen connexió Internet.



2ª activitat de lliurament obligat

- Accedeix al WIRIS, <http://weib.caib.es/wiris/index.html>, llegeix la guia ràpida "1 minut" de l'ajuda i fes alguns càlculs senzills.

- Considera una variable estadística bidimensional (X,Y) definida per:

X	2	5	6	9	12	15	17	18	20	22
---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

Y	3	3	5	5	7	7	9	7	10	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	---

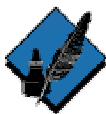
Freqüència	4	7	8	11	13	9	6	4	2	1
------------	---	---	---	----	----	---	---	---	---	---

Calcula les mitjanes i les desviacions de cadascuna, i el coeficient de correlació lineal.

Per aquest exercici llegeix prèviament la documentació que fa referència a l'apartat d'estadística).

- Cerca el talls amb els eixos, les asímptotes, els extrems, intervals de creixement i decreixement, etc. de la funció $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2}$. Representa-la gràficament.

4.3. ADRECES INTERESSANTS



1- Activitats opcionals

- WEB de la Societat Andalus THALES.

<http://thales.cica.es/>

Observa la gran quantitat de materials didàctics que pots trobar a l'apartat de recursos didàctics. També, tens a la teva disposició les activitats on participa l'esmentada societat, els problemes de les Olimpíades Matemàtiques THALES, etc.

- "*Aquí matemàtiques*"

<http://www.xtec.es/recursos/mates/aqui/index.htm>

Pàgina que manté Carles Romero i allotjada al servidor del PIE-XTEC (Programa d'Informàtica Educativa de la Xarxa Telemàtica Educativa de Catalunya).

Conté molta informació sobre la resolució de problemes, les olimpíades, el Cangur, programari específic de matemàtiques, activitats i projectes, llistes de correu, Mathplets, etc. Tot és molt interessant, però no deixis de visitar els Mathplets.

Si vols anar directament al software matemàtic:

<http://www.xtec.es/recursos/mates/aqui/mathsoft.htm>

Adreces on trobaràs informació, activitats, bibliografia i altres adreces d'interès:

Usuaris del Cabri-Géomètre

<http://www-cabri.imag.fr/>

<http://www.chartwellyorke.com/cabri.html>

<http://www.xtec.es/formacio/curstele/d53/d53m1/index.htm>

Usuaris de Derive Espanya

<http://www.upv.es/derive/>

Paraíso de las Matemáticas

<http://www.matematicas.net>

Olimpiadas Iberoamericanas matemáticas

<http://www.oei.es/oim.htm>

European School net - Mathematics department

<http://www.ca.eun.org/vs/maths/maths.html>

Fòrums sobre educació matemàtica

<http://www.rediris.es/list/info/edumat.es.html>

The European Methematical Information

<http://www.emis.de/>

World Mathematical Year 2000

<http://www.math.jussieu.fr/~jarraud/wmy2000/ma2000.html>

Comité burgalés para el año mundial de las Matemáticas 2000

<http://www.ubu.es/cbamm2000/>

Instituto Freudenthal de Holanda

<http://www.fi.ruu.nl/en/verwijzingen/>

National Council of Teachers of Mathematics

<http://www.nctm.org/>

Resolución de problemas matemáticos

<http://usuarios.iponet.es/~jastorga/matematicas/grafico.htm>

Proyecto Socrates de intercambio de problemas.

<http://www.dvnet.es/~rubia/rmat.htm>

American Mathematical Society

<http://www.ams.org/>

Resolució de problemes

<http://members.es.tripod.de/matesedu/>

Història de la Matemàtica:

<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/history/>

M.C. Escher:

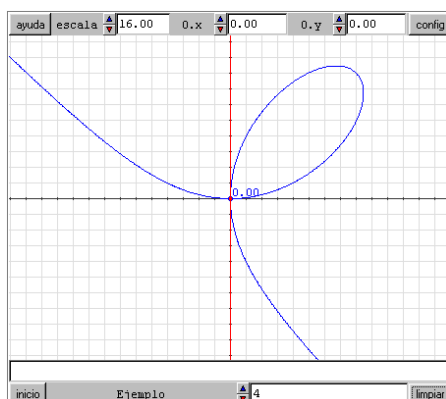
<http://www.geocities.com/SoHo/Museum/3828/>

Totes aquestes adreces proporcionen altres adreces de Webs interessants que convé visitar.

4.4. EL PROJECTE DESCARTES

<http://www.cnice.mecd.es/Descartes/frud.htm>

Descartes és un *applet* dissenyat per presentar interaccions educatives amb nombres, funcions i gràfiques i que es va millorant en cada nova versió que surt. *Descartes* pot ser emprat pels autors de pàgines *Web* educatives per enriquir els seus materials amb una àmplia varietat de models matemàtics interactius. Però *Descartes* no és un *applet* qualsevol, és un *applet configurable* o també anomenat **NIPPE** (nucli interactiu per a programes educatius). Cada configuració de *Descartes* dóna lloc a un programa interactiu diferent, que es denomina *escena*.



Amb *Descartes* el professorat pot preparar pàgines *Web* interactives sobre diferents temes de les matemàtiques, ja que aquest *applet* permet visualitzar pràcticament totes les *gràfiques* de les *funcions d'una variable* i de les *equacions amb dues variables* que apareixen en l'educació secundària i en el batxillerat. Però *Descartes* no només serveix per visualitzar les gràfiques, sinó que ajuda a comprendre les relacions entre les equacions, les seves gràfiques i els elements que les componen. Les aplicacions que, hores d'ara s'han creat, il·lustren la gran varietat d'usos possibles de *Descartes*, fins i tot alguns per a les quals no estava pensada aquesta eina.

Descartes és, en resum, una eina de treball per al professorat de matemàtiques que desitgi crear lliçons interactives en format de pàgines *Web*, ja sigui per ser col·locades en un servidor d'*Internet* o en el disc dur d'un ordinador. Cada aplicació de *Descartes* s'aconsegueix mitjançant una *configuració* particular.

Per crear una configuració de *Descartes* cal conèixer les seves catorze eines (IDIOMA, COLORS, ESPAI, PARAMETRES, AUXILIARS, FUNCIONS, CONTROLS, EQUACIONS, PUNTS, SEGMENTS, CORBES, ARCS, TEXTOS i BOTONS) i aprendre a configurar-les. Aquestes eines es configuren mitjançant un senzill llenguatge que s'explica detalladament en el document que es pot baixar de la pàgina de presentació de la *WEB* o participant als cursos presencials que s'imparteixen als Centres de Professorat i de Recursos o també a distància a través del PNTIC. Tot i així no és indispensable estudiar tota aquesta documentació per crear aplicacions amb *Descartes*.

El llenguatge es pot aprendre mirant les configuracions dels exemples que es poden trobar a la pàgina del servidor del PNTIC. Per crear una aplicació es recomana començar amb

una que tingui una certa semblança amb la que volem crear i modificar-la de mica en mica fins aconseguir el resultat desitjat.

La paraula NIPPE, com ja s'ha esmentat es forma amb les inicials de "**nu**cli **i**nteractiu **p**er a **p**rogrames **e**ducatius". Tècnicament els *nippes* són *applets* (afegitons) escrits en llenguatge Java. Un *applet* és un programa que pot incloure's en pàgines Web. Però no tots els *applets* són *nippes*. Per a que un *applet* pugui ser considerat un *nippe* ha de satisfer les següents condicions:

Ha de ser interactiu, és a dir, no ha de limitar-se a mostrar alguna cosa com si fos una imatge.

Ha de ser configurable a partir dels seus paràmetres, de manera que, amb cada configuració, presenta un aspecte diferent del tema que tracti.

Ha d'estar perfectament documentat per a que qualsevol creador de pàgines web que ho desitgi el pugui emprar amb facilitat.

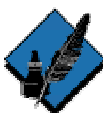
Els *nippes* poden ser de dos tipus: *simples* o de *simulació i complexos* o de *dades*. Els segons poden rebre com a paràmetres el nom de fitxers que contenen dades amb les quals el NIPPE pot treballar, de manera que podem variar el contingut temàtic (diferents conjunts de figures, dades, etc.), mentre que els primers són més limitats, quant a les seves possibles configuracions i solen emprar-se per poder simular processos de diferents ciències (física, matemàtiques, etc.). En l'actualitat s'estan desenvolupant una gran quantitat de *nippes* de tot tipus i és recomanable visitar algunes de les adreces d'*Internet* d'entre les que es proposen en les activitats opcionals.

Per si us interessa, el Centre del Professorat i de Recursos de Manacor disposa d'uns apunts de Descartes del professor Josep M^a Navarro, ponent sobre aquesta temàtica en el curs presencial de "*les Tecnologies de la Informació aplicades a les Matemàtiques*". Aquests apunts en català es varen adaptar per realitzar l'esmentat curs a partir dels que figuren a la WEB de Descartes del PNTIC.



3^a activitat de lliurament obligat

- Vés a la pàgina del Projecte Descartes. Hi trobaràs una gran quantitat d'unitats didàctiques i d'aplicacions creades amb el NIPPE de Descartes. Elegeix-ne una i comenta-la.



2- Activitats opcionals

- Visita "*Cuerpos en movimiento*" <http://www.pntic.mec.es/mem/cuerpos/indice.htm> perquè vegis les possibilitats dels NIPPE.

Aquesta pàgina fou guardonada pel MEC a la convocatòria 2000 per a materials multimèdia. L'autor de Descartes, Luis Abreu León, matemàtic i informàtic, n'és uns dels coautors d'aquest NIPPE dissenyat per a crear activitats interactives sobre senzills sistemes dinàmics.

- Visita el Projecte Prometeo.

<http://vitalsoft.org.org.mx/Prometeo/>

Projecte creat per a fomentar la creació de NIPPES de tot tipus.

- Altres adreces interessants.

Manipula Math with Java	http://www.ies.co.jp/math/java/index-htm
CabriJava	http://www.cabri.net/cabrijava/index-f.htm
Mathematikos	http://perso.wanadoo.fr/jpg

També a la xarxa hi pots trobar adreces de departaments de matemàtiques de centres de secundària que s'anuncien i mostren les activitats que realitzen:

http://centros5.pntic.mec.es/es.salvador.dali1/	IES Salvador Dalí
http://platea.pntic.mec.es/~migracia/matcas.htm	IES Arturo Soria
http://www.xtec.es/~cromero/divendre/	IES Manuel Blancafort
http://www.dvnet.es/~rubia/rmates.htm	Departamento de Matemáticas

etc.

Es faciliten aquestes adreces més que res perquè sempre us pot interessar fer el mateix o alguna cosa semblant per a comunicar-vos i donar a conèixer les vostres activitats.

5. BIBLIOGRAFIA

Brown, J. i Howlett, F. (1994): *IT works . Simulate to educate*. National Council for Educational Technology (NCET) del Regne Unit. ISBN 1 85379 257 8.

Olabarrieta, L. (Bilbao): *Geometria i trigonometria*. Talleres gráficos Ordorica. BI-053-1963.

García, A., Martínez, A. i Miñano, R.: *Nuevas tecnologías y Enseñanza de las Matemáticas*. Editorial Síntesis, S.A. ISBN: 84 - 7738 - 283 - 2.

Alsina, C., Fortuny, J.M. i Giménez, J.: *Projecte Curricular de l'Àrea de Matemàtiques "Bon dia, Mates" (ESO)*. Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament. ISBN: 84-393-3538-5.

Carrillo, A. i Llamas, I.: *Cabri géomètre II*. RA-MA Editorial. ISBN: 84-7897-341-9.

Ibañes, M. I altres: *Prácticas de Matemáticas de Bachillerato con Derive para Windows*. RA-MA. ISBN: 84-7897-367-2

Cortés, R. I Martorell, M.: *Les tecnologies de la informació a la classe de Matemàtiques*. Edicions Documenta Balear.

Vull agrair a n'**Antoni Morante Milla** i en **Rafel Cortés Mora**, assessors tècnics de la Conselleria, les seves aportacions a les activitats i a na **Margalida Barceló Taberner**, assessora de formació del CPR de Manacor, l'assessorament lingüístic.