



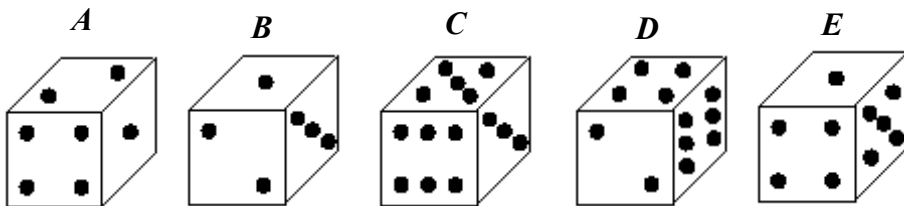
Prova Cangur-1999. Nivell 4

[Menú Cangur-99](#) ↑

Les preguntes números 1 a 10 valen 3 punts cadascuna

1. Formo part d'un grup de cinc. Tenim entre tots unes quantes monedes, amb una mitjana de 8 euros per persona. Però jo tinc 10 euros. Quina és la mitjana d'euros de les altres quatre persones?
- A. 6
B. 6,50
C. 7
D. 7,50
E. 8

2. Quatre d'aquestes figures mostren el mateix dau des de diferents punts de vista. Quina figura correspon a un dau diferent?
- A. *A*
B. *B*
C. *C*
D. *D*
E. *E*



3. $\sqrt{3+2\sqrt{2}} =$
- A. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$
B. $1 + \sqrt{2}$
C. $1 + 2\sqrt{2}$
D. $\sqrt{3} + \sqrt{8}$
E. $\sqrt{3} + \sqrt{2\sqrt{2}}$

4. El dígit de les unitats del número $1999^{1998^{1997\dots^{2^1}}}$ és
- A. 1
B. 3
C. 7
D. 9
E. 0

5. Tots els valors que pren la funció $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ són més grans o iguals que 0, i f satisfà les dues condicions següents:
- $$f(1) = 2, \quad f(x+y) = f(x)f(y).$$
- Quin és el valor de $f(1/2)$?
- A. 0
B. $1/2$
C. 1
D. $\sqrt{2}$
E. 4

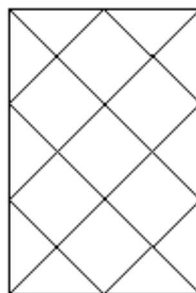
6. En obrir-se el mercat de divises ahir de bon matí, el tipus de canvi de tres monedes respecte a l'euro era el mateix. El tipus de la primera moneda va pujar un 5% el matí i després va baixar un 5% el vespre. El tipus de la segona moneda va baixar un 5% el matí i després va pujar un 5% el
- A. Cap d'elles
B. Només la primera
C. Només la segona
D. La primera i la segona

vespre. El tipus de la tercera moneda no va variar en tot el dia. Quina o quines monedes tenien el tipus de canvi més baix respecte a l'euro al final del dia?

E. Només la tercera

7. Quants nombres enters, estrictament positius i estrictament menors que 1000 són producte de dos nombres parells?
- A. 100
B. 150
C. 200
D. 249
E. 250

8. A la figura de la dreta teniu un esquema de l'enrajolat d'una habitació rectangular de 2 m x 3 m. Hem fet servir 7 rajoles quadrades i 10 de forma triangular. Si hem d'enrajolar de manera anàloga una sala de 10 m x 20 m amb rajoles de la mateixa mida, quantes rajoles quadrades necessitem?



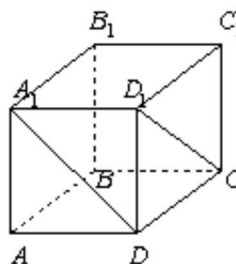
- A. 200
B. 230
C. 300
D. 370
E. 400

9. L'Anna diu: «He observat que l'edat de la meua filla és la meua edat amb les xifres invertides.» Quina era l'edat de l'Anna quan va néixer la seva filla?
- A. 24
B. 25
C. 26
D. 27
E. 28

10. En un tauler d'escacs de 8 x 8 caselles, quants quadrats diferents podem formar amb les caselles del tauler?
- A. 64
B. 65
C. 113
D. 114
E. 204

Les preguntes números 11 a 20 valen 4 punts cadascuna

11. L'angle que formen les diagonals $\overline{A_1D}$ i $\overline{D_1C}$ del cub de la figura és igual a



- A. 60°
B. 80°
C. 45°
D. 90°
E. 75°

12. La suma de les longituds dels costats d'un triangle rectangle és 18 unitats i la suma dels seus quadrats és 128 unitats. Quina és l'àrea d'aquest triangle?
- A. 18
B. 16
C. 12
D. 10
E. 9

13. Quina és l'àrea de la regió acolorida en el rectangle de la figura?



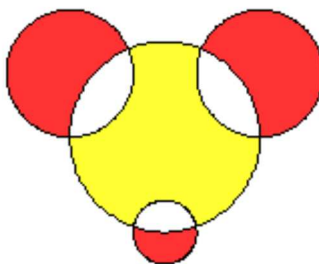
- A. $1/2$
B. $2/3$
C. $4/5$
D. $5/6$
E. 1

14. De quantes maneres podeu llegir l'expressió **CANGUR99** a la figura de la dreta, si per llegir podeu avançar cap a baix o cap a la dreta després de cada lletra?

C A N G U R 9 9
A N G U R 9 9
N G U R 9 9
G U R 9 9
U R 9 9
R 9 9
9 9
9

- A. 168
B. 224
C. 128
D. 256
E. 328

15. Dissenem amb v l'àrea de la regió acolorida de color vermell i amb w l'àrea de la regió de color groc. Els diàmetres dels cercles són 6, 4, 4 i 2. Es pot assegurar:



- A. $2v = w$
B. $3v = 2w$
C. $v = w$
D. $2v = 3w$
E. $v = 2w$

16. Cobrim una taula rodona d'1 m de radi amb unes tovalles quadrades de roba molt fina i de 2,5 m de costat, de manera que els centres de la taula i de la roba coincideixin. Quina és, en m, la diferència d'alçades a què queden el punt que penja més i el punt que penja menys de la vora de les tovalles?

- A. 0,25
B. 0,5
C. $1,25\sqrt{2} - 1,25$
D. $2,5\sqrt{2} - 1$
E. Tots els punts de la vora queden a la mateixa alçada

17. Si f és la funció donada per la fórmula

$$f(x) = x^2 + \sqrt{x^4 + 1} + \frac{1}{x^2 - \sqrt{x^4 + 1}}$$

quin és el valor de $f(1999^{2000})$?

- A. $-\frac{1}{1999^{1000}}$
B. $-\frac{1}{1999^{2000}}$
C. 0
D. $\frac{1}{1999^{2000}}$
E. $\frac{1}{1999^{1000}}$

18. Multipliquem 1999 per 111...111 (un nombre de 1999 xifres totes elles iguals a 1). Quant sumen les xifres del resultat d'aquesta multiplicació?

- A. 1998
B. 2026
C. 2138
D. 2972
E. 3956

19. Els quadrats dels nombres naturals escrits consecutivament l'un darrere l'altre són: 1491625364964 ...
Quin dígit apareix en aquest nombre a la posició que fa 100?

- A. 1
B. 3
C. 5
D. 7
E. 9

20. Quantes solucions enteres té l'equació

$$2^x(6 - x) = 8x ?$$

- A. 0
B. 1

- C. 2
D. 3
E. 4

Les preguntes números 21 a 30 valen 5 punts cadascuna

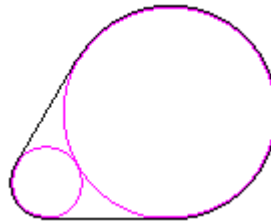
21. Sabem que la suma de dues de les tres arrels de

$$x^3 + ax^2 + bx + c$$

és igual a 0. En aquest cas, c és igual a:

- A. $a + b$
B. $\frac{a}{b}$
C. ab
D. $a - b$
E. a^b

22. Dos discos de 6 cm i 18 cm de diàmetre, respectivament, són tangents exteriorment i estan envoltats per un fil, tal com mostra la figura. Quina és, en cm, la longitud del fil que els envolta?



- A. $10 + 20\pi$
B. $12\sqrt{3} + 14\pi$
C. $13\sqrt{3} + 12\pi$
D. $14\sqrt{3} + 11\pi$
E. Cap de les anteriors

23. Si

$$\alpha = \sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + \sqrt{4 + \sqrt{5 + \sqrt{6}}}}}},$$

quina de les desigualtats següents és certa?

- A. $1 \leq \alpha < 2$
B. $2 \leq \alpha < 3$
C. $3 \leq \alpha < 4$
D. $4 \leq \alpha < 5$
E. $5 \leq \alpha < 6$

24. Per a quants nombres enters n el valor de la fracció

$$\frac{2n^2 + 9n + 13}{n + 2}$$

és un enter positiu?

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4
E. 5

25. En un quadrat $ABCD$ (de diagonal AC), les distàncies des d'un punt P situat a l'interior del quadrat als vèrtexs A , B i C són $PA = 2$, $PB = 7$ i $PC = 9$. Quina és la distància PD ?

- A. 3
B. 5
C. 6
D. 7
E. 10

26. En un conjunt de 7 elements, quants subconjunts de 3 elements podem formar que compleixin que cada dos dels subconjunts tinguin exactament un element comú?

- A. 3
B. 5
C. 7
D. 9
E. 11

27. Els angles d'un triangle estan en la proporció 1 : 5 : 6. La longitud del costat més llarg és 6 cm. Quina és, en cm, la longitud de l'altura corresponent a aquest costat?

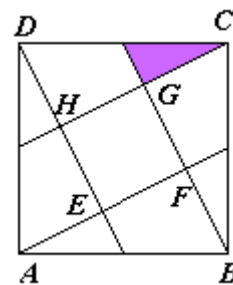
- A. 1
B. 1,5

- C. 2
D. 2,5
E. 3

28. Apliquem la regla següent als enters positius: si n és senar, l'incrementem en 5; si és parell, el dividim per 2. Si apliquem aquesta regla 3 vegades a un enter senar k , obtenim com a resultat el nombre 35. Quina és la suma de les xifres de k ?
- A. 8
B. 9
C. 10
D. 12
E. 15

29. Una illa és habitada per persones honrades, que sempre diuen la veritat, i per mentiders, que sempre menteixen. Hi ha 1999 persones a l'illa. A cada una d'elles li agrada o bé cantar, o bé jugar a futbol, o bé pescar, però només una d'aquestes tres activitats. Un dia es va fer una enquesta a cada habitant de l'illa que consistia en tres preguntes:
- 1) *T'agrada cantar?*
 - 2) *T'agrada jugar a futbol?*
 - 3) *T'agrada pescar?*
- 1000 persones van contesta afirmativament la primera pregunta, 700 persones la segona, i 500 la tercera. Quants mentiders hi ha a l'illa?
- A. 102
B. 180
C. 201
D. 322
E. 729

30. L'àrea del quadrat $ABCD$ és igual a 5. La figura $EFGH$ és un quadrat d'àrea igual a 1. Quina és l'àrea del triangle acolorit?



- A. $1/4$
B. $1/3$
C. $1/2$
D. $3/4$
E. 1